

Nama : Fadlyah Farah Khoirunnisa
 Npm : 2013022016
 ITS Kelistihan & Kemagnetan

1) Diketahui :

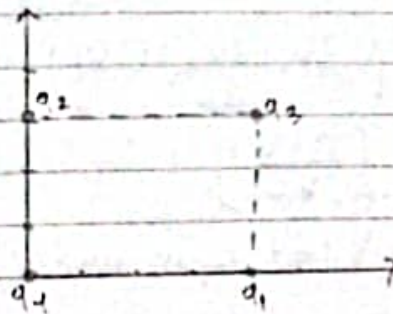
$$q_1(4,0) = 2 \text{ stat.C}$$

$$q_2(0,3) = 5 \text{ stat.C}$$

$$q_3(4,3) = 10 \text{ stat.C}$$

$$q_4(0,0) = -1 \text{ stat.C}$$

$$k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.C}$$



Jawab :

a) Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4

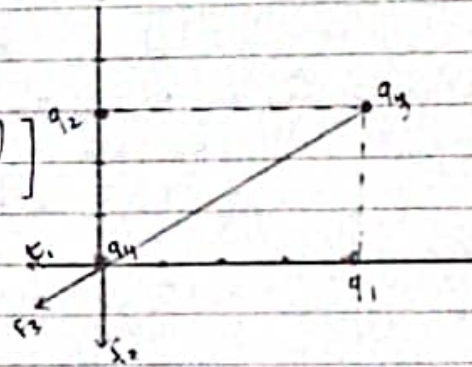
$$F = q_4 k \left[\frac{q_1}{r_{01}^2} \hat{r}_{01} + \frac{q_2}{r_{02}^2} \hat{r}_{02} + \frac{q_3}{r_{03}^2} \hat{r}_{03} \right]$$

$$= -1 \cdot 1 \left[\frac{2}{16} (-i) + \frac{5}{9} (-j) + \frac{10}{25} \left(\frac{-4i-3j}{5} \right) \right]$$

$$= 1 \left[\frac{2}{16} i + \frac{5}{9} j + \frac{40}{125} i + \frac{30}{125} j \right]$$

$$= \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) i + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) j \right]$$

$$= [0,4445] i + [0,796] j$$



$$F = \tan^{-1} \frac{0,796}{0,445} = 1,06^\circ$$

b) Medan listrik q_1, q_2, q_3

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 1 \cdot \frac{2}{4^2} (-i) = -\frac{1}{8} i$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 1 \cdot \frac{5}{3^2} (-j) = -\frac{5}{9} j$$

$$E_3 = k \frac{q_3}{r_3^2} = 1 \cdot \frac{10}{5^2} \left(\frac{4i+3j}{5} \right) = \frac{4}{25} i + \frac{3}{25} j$$

$$E = -1 \left[\left(\frac{1}{8} i + \frac{5}{9} j + \frac{40}{125} i + \frac{30}{125} j \right) \right] = -1 \left[\left(\frac{1}{8} + \frac{40}{125} \right) i + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) j \right]$$

$$= -1 [0,82] i + [1,31] j$$

c) Potensial listrik pada titik (a) q_4

$$V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

$$= 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right)$$

$$= 1 \left(\frac{30 + 100 + 120}{60} \right)$$

$$= 1 \left(\frac{250}{60} \right)$$

$$= 4,167 \text{ dyne cm/Nc}$$

d) $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

$$W_1 = 0$$

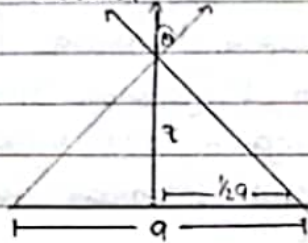
$$W_2 = V_2 \cdot Q_2 = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = 1 \cdot 2 \cdot \frac{5}{5} = 2 \text{ dyne cm}$$

$$\begin{aligned} W_3 &= V_3 \cdot Q_3 = \left[k \cdot \frac{q_1}{r_{13}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{23}} \right] q_3 \\ &= \left(1 \cdot \frac{2}{3} + 1 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot 10 \\ &= 19,16 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_4 &= V_4 \cdot q_4 = \left[k \cdot \frac{q_1}{r_{14}} + k \cdot \frac{q_2}{r_{24}} + k \cdot \frac{q_3}{r_{34}} \right] \\ &= \left(1 \cdot \frac{2}{4} + 1 \cdot \frac{5}{3} + 1 \cdot \frac{10}{5} \right) = (1 \cdot 1) \left[\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right] \\ &= \left(\frac{50}{12} \right) \cdot 1 \\ &= -4,16 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ &= 0 + 2 + 19,16 - 4,16 \\ &= 17 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

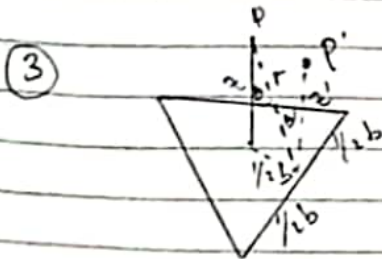
- 2) Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z di tengah-tengah kawat



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(\lambda dx)}{r^2} \cos \theta \hat{k} \rightarrow \theta = z \rightarrow r = \sqrt{z^2 + x^2}$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{1/2 a} \frac{2\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx \\ &= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right]_0^{1/2 a} \\ &= \frac{2\lambda z \cdot 1/2 a}{4\pi\epsilon_0 \cdot z^2 \sqrt{z^2 + (1/2 a)^2}} \\ &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0 \cdot z \sqrt{z^2 + (1/2 a)^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda a}{z^2 \sqrt{z^2 + 1/4 a^2}} \end{aligned}$$

Jika $z \gg 1/2 a$ maka medan listrik pada kawat yang panjangnya a adalah :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda a}{z^2}$$


$P = P' \cos \theta$ oleh karena ada 3 sisi maka
 $P = 3P' \cos \theta$ sehingga

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z'^2} \text{ karena ada 3 sisi}$$

$$\vec{E} = 3 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z'^2} \cos \theta$$

Karena $L = 1/2 b$ dan $z' = r = \sqrt{z^2 + (1/2 b)^2}$ dan $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (1/2 b)^2}}$

Maka :

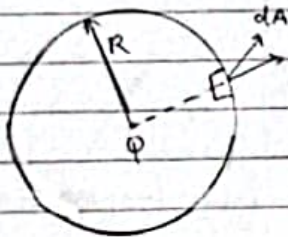
$$\vec{E} = 3 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda (1/2 b) \cdot z}{(z^2 + (1/2 b)^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda b z}{(z^2 + b^2/4) \sqrt{z^2 + b^2/4}}$$

④ Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan penyebaran muatan listrik dengan medan listrik yang dihasilkannya. Penyebaran umum dari hukum Gauss ialah bahwa garis gaya medan listrik tidak termasuk dalam besaran nyata melainkan hanya suatu gambaran yang menyatakan arah penyebaran medan listrik di berbagai posisi pada ruang yang terpengaruhi oleh medan listrik. Arah garis gaya dan medan listrik setempat pasti menyinggung garis gaya di tempat tersebut.

Hukum Gauss menghubungkan total fluks Φ medan listrik yang melalui permukaan Gauss (tertutup) dengan muatan netto q yang tertutup permukaan tersebut.

Hukum Gauss memudahkan untuk menghitung medan listrik pada 2 dimensi dan 3 dimensi. Dasar dari Hukum Gauss adalah Fluks Listrik. Fluks listrik adalah jumlah garis medan listrik yang menembus bidang dengan fluks listrik adalah $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$
 $= \vec{E} \cdot A \cos \theta \text{ (Nm}^2/\text{C)}$



Gambar a

Pada gambar a menunjukkan suatu permukaan bola dengan jari-jari R yang pusatnya terdapat muatan titik Q . Medan listrik di sebarang tempat pada permukaan tegak lurus terhadap permukaan tersebut sebesar $\vec{E} = k \frac{Q}{R^2} \hat{r}$

fluks total yang melewati permukaan bola ini adalah :

$$\Phi_{\text{net}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint dA$$

$$\Phi_{\text{net}} = E \cdot A = k \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = 4\pi k Q$$

Jadi, fluks total yang melewati suatu permukaan berbentuk bola dengan muatan titik di pusatnya tidak bergantung pada jari-jari bola dan besarnya $4\pi k$ kali besar muatan titikanya.

Hukum Gauss secara Matematis dirumuskan

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 4\pi k Q \text{ dalam atau } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Persamaan Gauss dalam bentuk Integral dapat kita jabarkan dalam bentuk differensial :

$$\oint_{\text{surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{\text{surface}} (\nabla \cdot \vec{E}) dV$$

$$Q_{\text{enc}} = \int_{\text{surface}} \rho dV$$

Selanjutnya persamaan gauss menjadi

$$\int_{\text{volume}} (\nabla \cdot \mathbf{E}) d\tau = \int_{\text{volume}} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) d\tau$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\text{persamaan Gauss dalam bentuk differensial})$$

Contoh :

- ① Terdapat persegi panjang sisi-sisinya 10 cm ketika medan listrik homogen 100 N/C ditembakkan ke arah tegak lurus, berapa jumlah garis medan listrik yang menembus persegi ?

Penyelesaian :

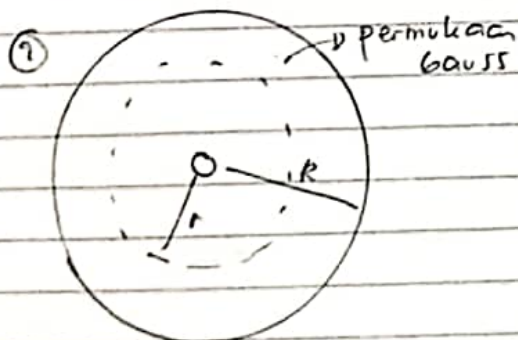
$$\begin{aligned} \text{Luas Persegi} &= 10 \times 10 \\ &= 100 \text{ cm}^2 \\ &= 1 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Jumlah garis yang menembus

$$Q = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}$$

$$Q = 100 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$Q = 1 \text{ Weber}$$



Tentukan medan listrik $r < R$

$$\bullet \quad r < R \quad q_{\text{enc}} = +2q$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{p} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\mathbf{E} \cdot 4\pi r^2 = \frac{2q}{\epsilon_0}$$

$$\mathbf{E} = \frac{2q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{r}$$

⊕ karena radial keluar