

Nama : Pita Nadia

NPM : 2013022008

Kelas : B

1. Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut : $q_1(4,0) = 2 \text{ stat.C}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ Stat.C}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ Stat.C}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ Stat.C}$. Tentukan : Medan listrik pada posisi $(0,0)$, dimana jarak dalam cm, dengan $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.C}^2$. Hitung :

- Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4
- Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4
- Potensial listrik pada titik $(0,0)$
- Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan tersebut.

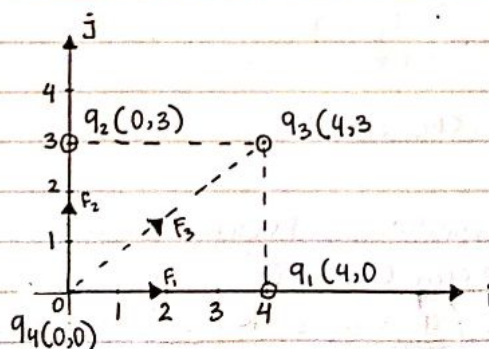
Jawaban :

Diketahui : $q_1 = +2 \text{ Stat.C} \rightarrow (4,0) \text{ cm}$
 $q_2 = +5 \text{ Stat.C} \rightarrow (0,3) \text{ cm}$
 $q_3 = +10 \text{ Stat.C} \rightarrow (4,3) \text{ cm}$
 $q_4 = -1 \text{ Stat.C} \rightarrow (0,0) \text{ cm}$
 $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.C}^2$

Ditanya : a) Gaya Coulomb $q_4(0,0) = \dots ?$
b) Medan listrik pada $q_4(0,0) = \dots ?$
c) Potensial listrik pada titik $(0,0) = \dots ?$
d) $W_{\text{total}} = \dots ?$

Jawab :

a) $\vec{E}$ pada muatan $q_4(0,0)$



$$F = k q_4 \left[\frac{q_1}{r_{01}^2} \hat{r}_{01} + \frac{q_2}{r_{02}^2} \hat{r}_{02} + \frac{q_3}{r_{03}^2} \hat{r}_{03} \right]$$

$$F = k(-1) \left[\frac{2}{16} \hat{i} + \frac{5}{9} \hat{j} + \frac{10}{25} \left(\frac{3\hat{j} + 4\hat{i}}{5} \right) \right]$$

$$F = -k \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right]$$

$$F = -1 (0,445 \hat{i} + 0,796 \hat{j})$$



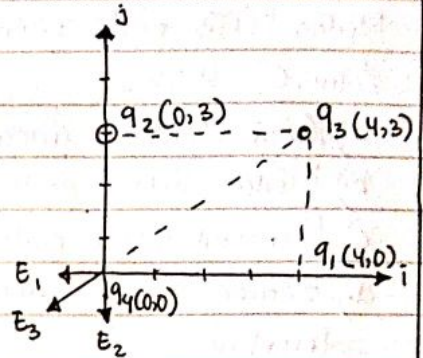
$$\begin{aligned}
 \text{Jadi, } F &= 1 \sqrt{(0,0445)^2 + (0,796)^2} \\
 &= 1 \sqrt{0,198 + 0,633} \\
 &= 1 \sqrt{0,831} \\
 &= 0,911 \text{ dyne}
 \end{aligned}$$

(b) Medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4

$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 1 \cdot \frac{2}{4^2} (i) = \frac{2}{16} i$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 1 \cdot \frac{5}{3^2} (j) = \frac{5}{9} j$$

$$E_3 = k \frac{q_3}{r_3^2} = 1 \cdot \frac{10}{5^2} = \frac{10}{25} \left(\frac{4i + 3j}{5} \right)$$



Maka :

$$E_4 = k \left[\frac{2}{16} i + \frac{5}{9} j + \frac{40i}{125} + \frac{30j}{125} \right]$$

$$E_4 = k \sqrt{(0,445)^2 + (0,795)^2} = 1 \cdot 0,911$$

$$E_4 = 0,911 \text{ dyne/stat C}$$

Jadi, medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4 adalah $0,911 \text{ dyne/stat C}$.

(c) Potensial listrik pada titik (0,0)

$$V = k \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right]$$

$$V = 1 \left[\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right]$$

$$V = 1 \left(\frac{250}{60} \right)$$

$$V = 4,167 \text{ dyne.cm/stat C}$$

(d) Usaha untuk memindahkan keempat muatan

$$W_1 = V_1 \cdot q_1 = 2 \text{ stat C} \cdot 0 = 0$$

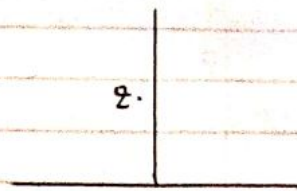
$$W_2 = V_2 \cdot q_2 = k \left(\frac{q_1}{r_1} \right) q_2 = k \left(\frac{2}{4} \right) 5 = 2,5k$$

$$W_3 = V_3 \cdot q_3 = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) q_3 = k \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} \right) 10 = 21,6k$$

$$\begin{aligned}
 W_4 &= V_4 \cdot q_4 = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right) \cdot q_4 = k \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right) \cdot 1 \\
 &= -4,1k
 \end{aligned}$$

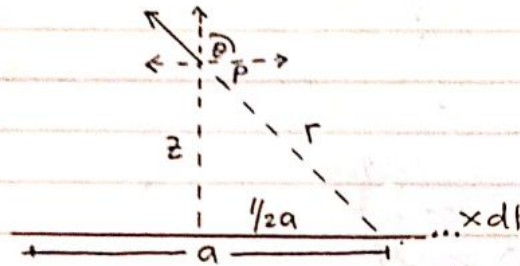
$$\begin{aligned}
 \text{Jadi, } W_{\text{total}} &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 0 + 2,5k + 21,6k - 4,1k = 19,9k \\
 &= 19,9 \frac{\text{dyne.cm}}{\text{stat C}}
 \end{aligned}$$

2. Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z ditengah-tengah kawat. Gambar 1



Gambar 1. kawat lurus dengan panjang a

Jawab :



$$\rightarrow dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dE_y = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta \hat{k}$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} \quad ; \quad r = \sqrt{z^2 + \frac{1}{2}a}$$

$$E_y = \int_0^L \frac{\lambda \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 z} dl \hat{k}$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 z} \int \frac{2\lambda z}{(z^2 + \frac{1}{2}a)^{3/2}} dx$$

$$E_y = \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\frac{1}{2}a}{z^2 \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}} \right]_0^L$$

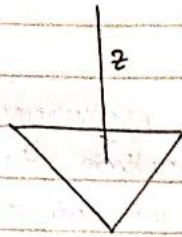
$$= \frac{1 \cdot 2\lambda \cdot \frac{1}{2}L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}}$$

karena :

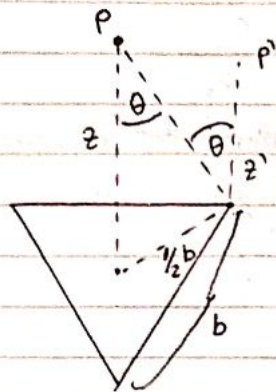
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\text{Maka : } E_y = \frac{\lambda L}{z \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}} k$$

3. Hitung medan listrik sejauh z di tengah-tengah segitiga sama sisi yang panjang sisinya b . Uraikan jawabanmu dengan gambar lengkap.



Jawab:



$P = P' \cos \theta$; karena terdapat 3 sisi maka :

$P = 3P' \cos \theta$; sehingga

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\lambda L}{z^2} \cos \theta$$

$$L = \frac{1}{2}b \quad \text{dan} \quad z' = r = \sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2}b\right)^2} \quad \text{serta} \quad \cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2}b\right)^2}}$$

Maka :

$$\vec{E} = 3 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda \left(\frac{1}{2}b\right) z}{\left(z^2 + \left(\frac{1}{2}b\right)^2\right) \left(\sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2}b\right)^2}\right)}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3b\lambda z}{\left(z^2 + \frac{b^2}{4}\right) \sqrt{z^2 + \left(\frac{b^2}{4}\right)}}$$

4. Apa yang anda ketahui tentang hukum Gauss (jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan Gauss dan jelaskan secara simbolik sesuai definisi dari gambar yang anda kemukakan. Dimana hukum Gauss diterapkan beri contoh!

Jawab :

Hukum Gauss merupakan hukum yang menghubungkan penyebaran muatan listrik dengan medan listrik yang dihasilkan. Hukum Gauss menyatakan bahwa fluks medan listrik yang keluar dari suatu permukaan tertutup sembarang yang melingkupi muatan q_1, q_2 . Dapat ditulis :

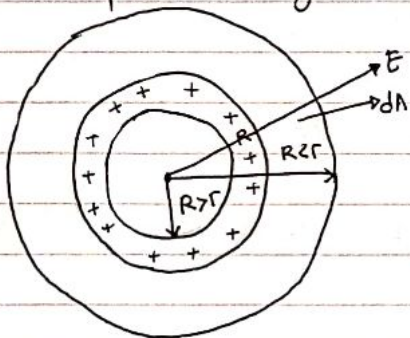
$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_A E \, dA = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

Atau garis gaya listrik yang keluar dari permukaan tertutup sebanding dengan muatan yang dilingkupi luasan tertutup.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \sim q$$

Gambar permukaan Gauss



$$Q_{\text{net}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_n \oint dA$$

$$Q_{\text{net}} = E \cdot A = \frac{kQ}{R^2} \hat{r} = 4\pi kQ$$

Gambar diatas merupakan gambar bola berongga yang berjari-jari R dan diberi muatan. Terlihat bahwa muatan hanya berkumpul di permukaan bola sedangkan di dalam bolanya tidak ada.

$$\text{Jika, } r > R \longrightarrow E = \frac{kq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$r < R \longrightarrow E = 0$$

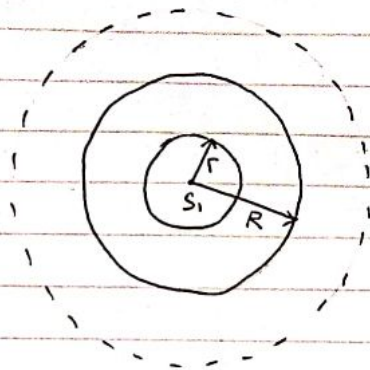
Sehingga fluks total yang melewati setiap permukaan besarnya $4\pi k$ kali muatan total di dalam permukaan, disebut Hukum Gauss.

Hukum Gauss dapat diterapkan untuk menghitung medan listrik dari sistem yang memiliki kesimetrisan, misalnya bola berongga, silinder, dan lainnya.



Contoh Hukum Gauss.

Diketahui : sebuah bola isolator bermuatan q mempunyai volume seragam.



Tentukan medan listrik di dalam dan luar bola. dengan hukum Gauss

$$a.) \rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow q_r = \rho V_r = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{q r^3}{R^3}$$

$$\epsilon_0 \oint_{S_1} E \cdot dA = q_r \rightarrow \epsilon_0 E \oint_{S_1} dA = \frac{q r^3}{R^3}$$

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = \frac{q r^3}{R^3} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q r}{R^3}$$

$$b.) \epsilon_0 \oint_{S_1} E dA = q \rightarrow \epsilon_0 E \oint_{S_1} dA = q$$

$$\epsilon_0 E (4\pi r^2) = q \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$