

Nama : Indah Sina Tyas

Npm : 2013027042

Helar : B

UTS Kelistrikan dan Kemagnetan

1) Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut : $q_1(4,0) = 2 \text{ stat.C}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ stat.C}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ stat.C}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ stat.C}$. Tentukan : Medan listrik pada titik $(0,0)$ dimana jarak dalam centimeter, $\text{dyne.cm}^2/\text{stat.C}^2$. flitung.

a) Gaya coulomb yang dialami oleh muatan q_4

b) Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4

c) Potensial listrik pada titik $(0,0)$

d) Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan frb.

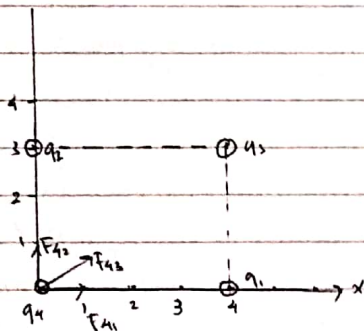
Diket : $q_1 = 2 \text{ stat.C}$

$q_2 = 5 \text{ stat.C}$

$q_3 = 10 \text{ stat.C}$

$q_4 = -1 \text{ stat.C}$

$k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.C}^2$

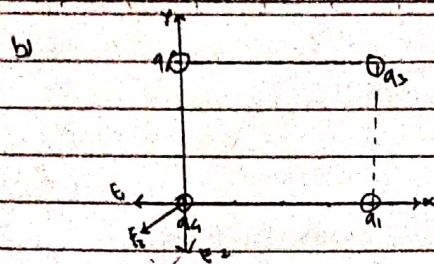


Jawab:

a) Gaya listrik yg dialami muatan q_4

$$\begin{aligned}\vec{F} &= kq_4 \left[\frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \cdot \vec{r}_3 \right] \\ &= 1 \cdot (-1) \left[\frac{2}{4^2} (i) + \frac{5}{3^2} (j) + \frac{10}{5^2} (4i + 3j) \right] \\ &= -1 \left[\frac{2}{16} (i) + \frac{5}{9} (j) + \frac{10}{125} (4i + 3j) \right] \\ &= -1 \left[\frac{2}{16} (i) + \frac{5}{9} (j) + \frac{40}{125} (i) + \frac{30}{125} (j) \right] \\ &= -1 \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) i + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) j \right] \\ &= -1 \left[(0,445)i + (0,796)j \right] \text{ N} \\ &= \arctan \frac{0,796}{0,445} = 1,106^\circ\end{aligned}$$





Medan listrik pada (0,0)

$$\begin{aligned}
 E &= k \left[\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 \right] \\
 &= 1 \left[\frac{2}{4^2} (-4\hat{i}) + \frac{5}{3^2} (-3\hat{j}) + \frac{10}{5^2} \left(-\frac{4\hat{i}}{5} - \frac{3\hat{j}}{5} \right) \right] \\
 &= 1 \left[\frac{2}{16} (-4\hat{i}) + \frac{5}{9} (-3\hat{j}) + \frac{10}{125} (-4\hat{i} - 3\hat{j}) \right] \\
 &= -1 \left[\left(\frac{8}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{15}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right] \\
 &= -1 [(0.82)\hat{i} + (1.91)\hat{j}]
 \end{aligned}$$

c) Potensial listrik pada (0,0)

$$\begin{aligned}
 V &= k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right) \\
 &= 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right) \\
 &= \frac{30 + 100 + 120}{60} \\
 &= \frac{250}{60} = 4.16 \text{ statvolt}
 \end{aligned}$$

d) Besar usaha listrik memindahkan 4 muatan tes.

$$W_{\text{tot}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$\rightarrow W_1 = 0$$

$$\rightarrow W_2 = V_1 \cdot q_2 = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = 1 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \text{ dyne cm}$$

$$\rightarrow W_3 = V_3 \cdot q_3 = k q_3 \left[\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right] = 1 \cdot 10 \left[\frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right] = 19.16 \text{ dyne cm}$$

$$\rightarrow W_4 = k q_4 \left[\frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}} \right] = 1 (-1) \left[\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right] = -4.16 \text{ dyne cm}$$

$$W_{\text{tot}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

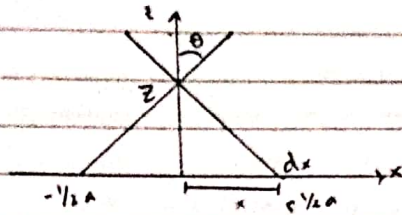
$$= 0 + 2 + 19.16 - 4.16$$

$$= 17 \text{ dyne cm} //$$



2) Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P di atas kawat yang berjarak z ditengan, dengan kawat gambar 1

Jawab:



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z(\lambda dx)}{r^2} \cos \theta \hat{z}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{r} \text{ dan } r = \sqrt{z^2 + x^2}$$

Sehingga integral diambil dari 0 sampai $1/2 a$

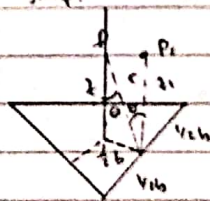
$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{1/2 a} \frac{2\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx \\ &= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right]_0^{1/2 a} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda \cdot 1/2 a}{z^2 \sqrt{z^2 + (1/2 a)^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda a}{z^2 \sqrt{z^2 + 1/4 a^2}} \end{aligned}$$

Kalau $z \gg 1/2 a$ maka medan listrik pada kawat yang panjangnya a adalah:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda a}{z^2}$$

3) Hitung medan listrik sejauh z ditengan tengah lingkaran sama sisi yang panjang sisi b . Urutkan jawabanmu dg gambar lengkap.

Jawab:



$P = P' \cos \theta$ dan karena ada 3 sisi maka.

$P = 3P' \cos \theta$, sehingga

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda l}{z^2} \text{ karena ada 3 sisi} \cdot \vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda l}{z^2} \cos \theta$$

$$\text{Karna } l = 1/2 b \text{ dan } z' = r = \sqrt{z^2 + (1/2 b)^2} \text{ dan } \cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (1/2 b)^2}}$$

$$\text{maka } \vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda (1/2 b) z}{(z^2 + (1/2 b)^2) \sqrt{z^2 + (1/2 b)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda b z}{(z^2 + b^2/4) \sqrt{z^2 + b^2/4}} \hat{z}$$



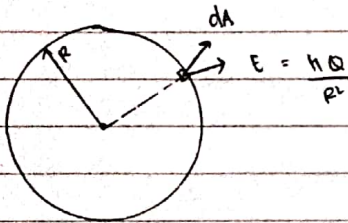
4) Apa yang anda ketahui ttg H. Gauss (Jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan Gauss, dan isartan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yg anda kemukakan. Dimana H. Gauss ditetapkan dan beri contoh!

Jawab:

Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan penyebaran muatan listrik dg medan listrik yang dihasilkan. Hukum Gauss dapat memudahkan kita untuk menghitung medan listrik pada 2 dimensi dan 3 dimensi. Dasar dari Hk. Gauss adalah fluks listrik.

Fluks listrik adalah jumlah garis medan listrik yang menembus bidang dg fluks listrik

adaan $\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$ (Nm²/K)



Gambar a menunjukkan suatu permukaan bola dg jari-jari r yang pusatnya terdapat muatan di titik O. Medan listrik disetiang tempat pd permukaan tegak lurus thdp permukaan tsb sebesar $\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{r}$

➔ fluks total yang melewati permukaan bola ini adalah:

$$\phi_{net} = \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = E_n \oint dA$$

Jadi fluks total yang melewati suatu permukaan berbentuk bola dg muatan titik di pusatnya. Tidak bergantung pada jari-jari, bolanya dan besarnya Hk. Gauss. Tapi besar muatan titiknya.

Fluks total yang melewati setiap bagian permukaan ini besarnya adalah 1/4 kali muatan total didalam permukaan itu disebut Hk. Gauss secara matematis, dirumuskan:

$$\oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = 4\pi k Q \text{ dalam atau } \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

Persamaan Gauss dalam bentuk Integral dapat kita jabarkan dalam bentuk diferensial

$$\oint_{\text{surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{\text{surface}} (\nabla \cdot \vec{E}) d\tau$$

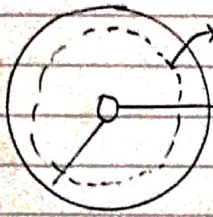
$$Q_{enc} = \int_{\text{surface}} \rho d\tau$$

Selanjutnya Pers Gauss menjadi

$$\int_{\text{volume}} (\nabla \cdot \vec{E}) d\tau = \int_{\text{volume}} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) d\tau$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\text{Persamaan Gauss dalam bentuk diferensial})$$

Contoh Hk. Gauss



Permukaan Gauss

Tentukan medan listrik pada $r < R$

$$\Rightarrow r < R$$

$$q_{enc} = +2q$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{2q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{2q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{r} \quad (+) \text{ karena radial keluar}$$