

Nama : Puti Asnaul Kanimah

NPM : 2013022014

Kelas : B.

UTS Kelistrikan dan Kemagnetan

1) Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut: $q_1(4,0) = 2$ Stat.C, $q_2(0,3) = 5$ Stat.C, $q_3(4,3) = 10$ Stat.C, dan $q_4(0,0) = -1$ Stat.C.

Tentukan: Medan listrik pada posisi $(0,0)$, dimana jarak dalam cm, dengan $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{statC}^2$. Hitung:

- Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4
- Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4
- Potensial listrik pada titik $(0,0)$
- Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan keempat muatan tersebut.

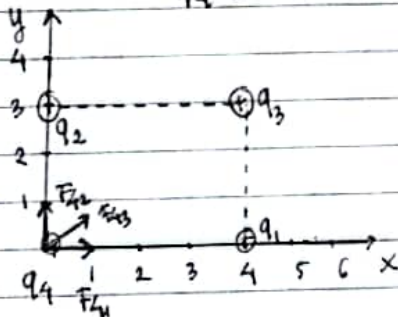
Jawab

Diketahui : $q_1 = 2 \text{ stat C } (4,0)$

$q_2 = 5 \text{ stat C } (0,3)$

$q_3 = 10 \text{ stat C } (4,3)$

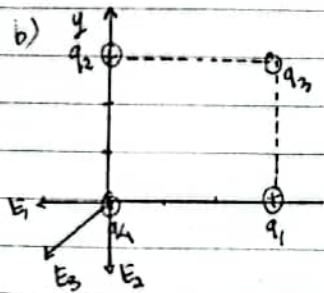
$q_4 = -1 \text{ stat C } (0,0)$



a) Gaya Coulomb yang dialami muatan q_4 .

$$\begin{aligned}\vec{F} &= kq_4 \left[\frac{q_1}{r_1^2} \cdot \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \cdot \hat{r}_3 \right] \\ &= (1)(-1) \left[\frac{2}{4^2} \cdot \hat{i} + \frac{5}{3^2} \cdot \hat{j} + \frac{10}{5^2} \cdot \frac{(4\hat{i} + 3\hat{j})}{5} \right] \\ &= -1 \left[\frac{2}{16} \hat{i} + \frac{5}{9} \hat{j} + \frac{10}{125} (4\hat{i} + 3\hat{j}) \right] \\ &= -1 \left[\frac{2}{16} \hat{i} + \frac{5}{9} \hat{j} + \frac{40}{125} \hat{i} + \frac{30}{125} \hat{j} \right] \\ &= -1 \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right] \\ &= -1 (0,445\hat{i} + 0,667\hat{j}) \text{ N}.\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Arc tan } \frac{0,796}{0,445} = 1,06^\circ.$$



Medan listrik pada (0,0) atau muatan q_4 .

$$\begin{aligned} E &= k \left[\frac{q_1}{r_1^2} \cdot \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \cdot \hat{r}_3 \right] \\ &= 1 \left[\frac{2}{4^2} (4\hat{i}) + \frac{5}{3^2} (-3\hat{j}) + \frac{10}{5^2} \left(\frac{-4\hat{i}-3\hat{j}}{5} \right) \right] \\ &= 1 \left[\frac{2}{16} (-4\hat{i}) + \frac{5}{9} (-3\hat{j}) + \frac{10}{125} (-4\hat{i}-3\hat{j}) \right] \\ &= -1 \left[\left(\frac{8}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{15}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right] \\ &= -1 [0,82\hat{i} + 1,91\hat{j}] \text{ dyne/stat coulomb.} \end{aligned}$$

c). Potensial listrik pada (0,0)

$$\begin{aligned} V &= k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right) \\ &= 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right) \\ &= \frac{30 + 100 + 120}{60} \\ &= \frac{250}{60} \\ V &= 4,16 \text{ statvolt.} \end{aligned}$$

d) Besar usaha untuk memindahkan 4 muatan tersebut

$$\rightarrow W_{\text{tot}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$\rightarrow W_1 = 0$$

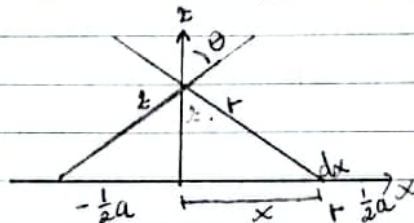
$$\rightarrow W_2 = V_2 \cdot q_2 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{5} = 2 \text{ dyne cm.}$$

$$\rightarrow W_3 = V_3 \cdot q_3 = k \cdot q_3 \left[\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right] = 1 \cdot 10 \left[\frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right] = 19,16 \text{ dyne cm.}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow W_4 &= k \cdot q_4 \left[\frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}} \right] \\ &= 1(-1) \left[\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right] \\ &= -4,16 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{total}} &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ &= 0 + 2 + 19,6 - 4,16 \\ &= 17 \text{ dyne cm.} \end{aligned}$$

- 2). Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z ditengah-tengah kawat.



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\lambda dx}{r^2} \right) \cos \theta \cdot E.$$

dengan $\theta = \frac{z}{r}$ dan $r = \sqrt{z^2 + x^2}$.

sehingga integral dimulai dari 0 sampai $\frac{1}{2}a$.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\frac{1}{2}a} \frac{2\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx \\ &= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \Big|_0^{\frac{1}{2}a} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \cdot \frac{1}{2}a}{z^2 \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}} \end{aligned}$$

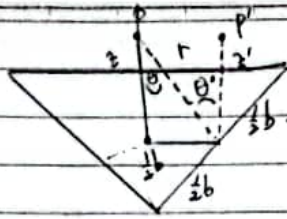
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a}{z^2 \sqrt{z^2 + \frac{1}{4}a^2}}$$

Jika, $z \gg \frac{1}{2}a$ maka medan listrik yang panjang kawatnya a adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a}{z^2} //$$

- 3). Hitunglah medan listrik sejauh z ditengah-tengah segitiga sama sisi yang panjang sisinya b . Urutkan jawaban dengan gambar.

Jawab



$P = P' \cos \theta$, karena ada 3 sisi maka.

$P = 3P' \cos \theta$, sehingga

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z^2} \text{ karena ada 3 sisi} \quad E' = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z^2} \cos \theta.$$

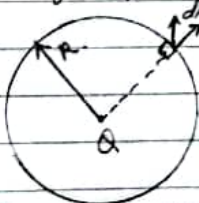
karena $L = \frac{1}{2}$ dan $z' = r = \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}$ dan $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}}$

maka

$$E = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda (\frac{1}{2}L) \cdot z}{(z^2 + (\frac{1}{2}L)^2) \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda b z}{(z^2 + \frac{b^2}{4}) \sqrt{z^2 + \frac{b^2}{4}}} \cdot \frac{1}{z}.$$

- 4). Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan penyebaran muatan listrik dengan medan listrik yang dihasilkannya. Hukum Gauss dapat memudahkan untuk menghitung listrik pada 2 dan 3 dimensi. Dasar dari hukum Gauss adalah Fluks listrik. Fluks listrik adalah jumlah garis medan listrik yang menembus bidang. dengan fluks listrik adalah $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$ (Nm²/C).



$$E = \frac{kQ}{R^2}$$

Gambar a menunjukkan suatu permukaan bola dengan jari-jari R, yang pusatnya terdapat muatan titik Q. Medan listrik L disebarkan tempat pada permukaan tegak lurus terhadap permukaan tersebut sebesar $E = k \cdot \frac{Q}{R^2} \cdot \hat{r}$

Fluks total yang melewati permukaan bola ini adalah :

$$\Phi_{\text{net}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint dA$$

$$\Phi_{\text{net}} = E \cdot A = \frac{kQ}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = 4\pi kQ$$

Jadi, fluks total yang melewati suatu permukaan berbentuk bola yg melewati titik pusatnya

tidak bergantung pada jari-jari, bolanya dan besarnya. $4\pi k$ kali besar muatan titiknya. fluks total yang melewati setiap bagian permukaan ini besarnya adalah $4\pi k$ kali muatan total didalam permukaan ini disebut Hk Gauss secara matematis.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{dalam}} \text{ atau } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Persamaan Gauss dalam bentuk Integral dapat kita ubahkan :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint (\nabla \cdot \vec{E}) d\tau$$

Surface

Surface.

$$Q_{\text{enc}} = \text{Surface } \rho d\tau$$

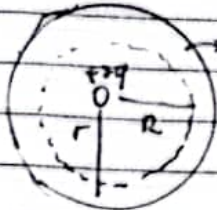


Selanjutnya persamaan Gauss menjadi

$$\int_{\text{volume}} (\nabla \cdot \mathbf{E}) d\tau = \int_{\text{volume}} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) d\tau.$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\text{persamaan Gauss dalam bentuk diferensial})$$

Contoh



permukaan Gauss

tentukan Medan listrik pada $r < R$.

$$\bullet) r < R \quad q_{enc} = +q$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

⊕ karena Radial keluar.