

Ujian Tengah Semester (UTS) Kelistrikan dan Kemagnetan !

① Empat partikel bermuatan Listrik terdistribusi sebagai berikut : $q_1(4,0) = 2 \text{ Stat.C}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ Stat.C}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ Stat.C}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ Stat.C}$. Tentukan: medan listrik pada posisi $(0,0)$ dimana jarak dalam centimeter, dengan $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{Stat.C}^2$.
Hitung.

- Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4
- Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4
- Potensial listrik pada titik $(0,0)$
- Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan tersebut.

* Penyelesaian :

Diketahui :

$$q_1(4,0) = 2 \text{ Stat.C}$$

$$k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{Stat.C}^2$$

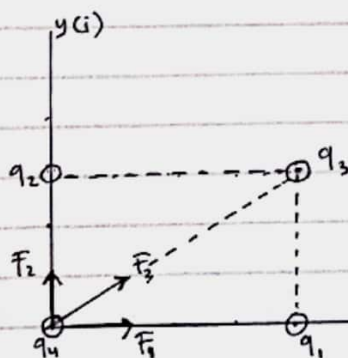
$$q_2(0,3) = 5 \text{ Stat.C}$$

$$q_3(4,3) = 10 \text{ Stat.C}$$

$$q_4(0,0) = -1 \text{ Stat.C}$$

Jawab :

a) Gaya Coulomb pada $q_4(0,0)$



$$\vec{F} = k \cdot \frac{q_4 \cdot q_1}{r_1^2} \cdot \hat{r}_1 + k \cdot \frac{q_4 \cdot q_2}{r_2^2} \cdot \hat{r}_2 + k \cdot \frac{q_4 \cdot q_3}{r_3^2} \cdot \hat{r}_3$$

$$\vec{F} = k \cdot q_4 \left\{ \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \cdot \hat{r}_3 \right\}$$

$$\vec{F} = 1 \cdot (-1) \left\{ \frac{2}{4^2} \cdot (-i) + \frac{5}{3^2} \cdot (j) + \frac{10}{5^2} \cdot \frac{(-4i - 3j)}{5} \right\}$$

$$\vec{F} = 1 \left\{ \frac{2}{16} (i) + \frac{5}{9} (j) + \frac{10}{25} \frac{(-40i + 30j)}{5} \right\}$$

$$\vec{F} = 1 \left\{ \frac{2}{16} (i) + \frac{5}{9} (j) + \frac{40i}{125} + \frac{30}{125} (j) \right\}$$

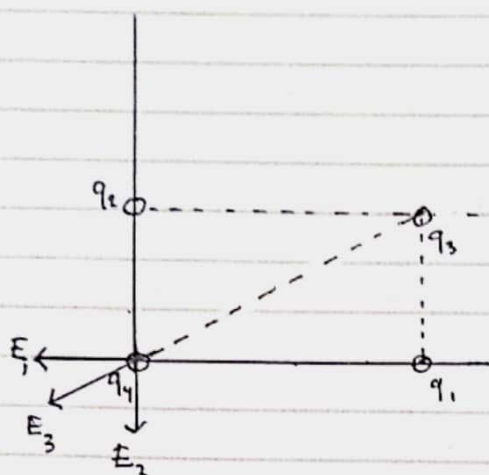
$$\vec{F} = \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) i + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) j \right]$$

$$\vec{F} = [0,445] i + [0,796] j$$

↳ Jadi besar arahnya adalah $F = (0,445)i + (0,796)j$

Sehingga arahnya adalah = $\arctan \left(\frac{0,796}{0,445} \right)$

b) Medan listrik pada titik (0,0) muatan q_4 .



$$\begin{aligned}\vec{E} &= k \frac{q_1}{r_1^2} + k \frac{q_2}{r_2^2} + k \frac{q_3}{r_3^2} \\ \vec{E} &= \frac{2}{16} (\hat{i}) + \frac{5}{9} (\hat{j}) + \frac{10}{25} \left(\frac{4\hat{i} + 3\hat{j}}{5} \right) \\ \vec{E} &= \frac{2}{16} (\hat{i}) + \frac{5}{9} (\hat{j}) + \frac{40\hat{i}}{125} + \frac{30\hat{j}}{125} \\ \vec{E} &= \left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j}\end{aligned}$$

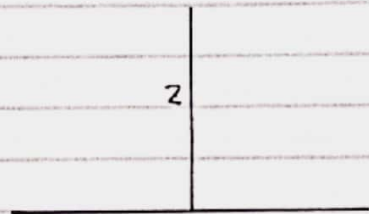
c) Potensial listrik pada titik (0,0)

$$\begin{aligned}V &= k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + k \frac{q_3}{r_3} \\ &= k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right) \\ &= 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right) \\ &= 1 \left(\frac{250}{60} \right) \\ &= 4,167 \text{ dyne.cm / StatC.}\end{aligned}$$

d) Usaha total

$$\begin{aligned}W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ W &= 0 + V_2 Q_2 + V_3 \cdot Q_3 + V_4 \cdot Q_4 \\ W &= 0 + k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \left[k \frac{q_1}{r_{13}} + k \frac{q_2}{r_{23}} \right] q_3 + \left[k \frac{q_1}{r_{14}} + k \frac{q_2}{r_{24}} + k \frac{q_3}{r_{34}} \right] \\ W &= 0 + \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{5} + \left[\frac{1 \cdot 2}{3} + \frac{1 \cdot 5}{4} \right] 10 + \left[\frac{1 \cdot 2}{4} + \frac{1 \cdot 5}{3} + \frac{1 \cdot 10}{5} \right] \\ W &= 0 + 2 + \left(\frac{23}{12} \right) 10 + \left(\frac{50}{12} \right) \\ W &= 0 + 2 + 19,16 + 4,16 \\ W &= 25,32 \text{ dyne.cm.}\end{aligned}$$

- ② Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P di atas kawat yang berjarak z ditengah-tengah kawat.



* Penyelesaian :

- Diketahui :

Panjang : a

Muatan seragam : λ

- Ditanya : Medan Listrik di titik P ?

- Jawab :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2 \left(\frac{\lambda dx}{r^2} \right) \cos \theta \hat{n}$$

$$\theta = \frac{z}{r}$$

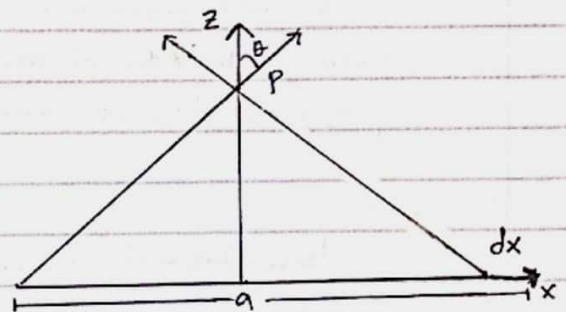
$$r = \sqrt{z^2 + x^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^a \frac{2\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

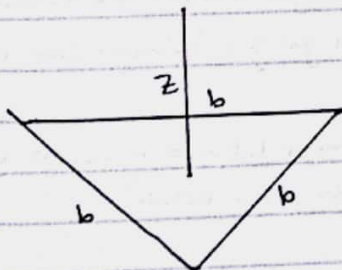
$$E = \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right]_0^a$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\lambda a}{z \sqrt{z^2 + L^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\lambda}{z^2}$$



- ③ Hitung medan listrik sejauh z di tengah-tengah segitiga sama sisi yang panjang sisinya b . Uraikan jawabanmu dengan gambar lengkap.



$$\begin{aligned} \text{Diketahui Luas Segitiga} &= \frac{1}{2} a \times t \\ &= \frac{1}{2} \cdot b \cdot b \\ &= \frac{1}{2} b^2 \end{aligned}$$

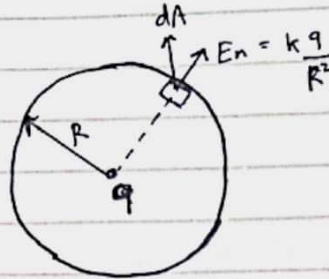
Maka,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 b \lambda}{z^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \lambda \left(\frac{1}{2} b^2 \right) z}{z^2 + \left(\frac{1}{2} b^2 \right)^2 \sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2} b^2 \right) z}} = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda (b^2) z}{z^2 + \left(\frac{1}{4} b^4 \right) \sqrt{z^2 + \frac{1}{4} b^4}}$$

- ④ Apa yang anda ketahui tentang Hukum Gauss. (Jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan Gauss, dan jelaskan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yang anda kemukakan, Dimana Hukum Gauss diterapkan, dan beri contoh !

* Jawab :



Gambar diatas menunjukkan suatu permukaan bola berjari-jari R yang pusatnya terletak di muatan Q . Medan listrik di sembarang tempat pada permukaan tersebut memiliki besar :

$$E = \frac{kQ \cdot r^2}{R^2}$$

Perlu diketahui, Hukum Gauss menghubungkan total fluks Φ medan listrik yang melalui permukaan tertutup (yang disebut permukaan Gauss) dengan muatan q yang tertutup permukaan tersebut.

⇒ Suatu permukaan berbentuk bola yang melingkupi muatan titik q . Jumlah garis medan listrik yang melintasi permukaan ini akan bergerak melintasi semua bagian permukaan yang melingkupi q . Fluksnya dapat dengan mudah dihitung untuk permukaan berbentuk bola (fluks = E_n dan luas permukaan = $4\pi R^2$).

* Fluks Total yang melewati permukaan bola adalah :

$$\Phi_{\text{net}} = \oint E_n \cdot dA$$

$$\Phi_{\text{net}} = E_n \cdot \oint dA$$

$$\Phi_{\text{net}} = \frac{k \cdot q}{R^2} \cdot 4\pi R^2$$

$$\Phi_{\text{net}} = 4\pi kQ$$

Jadi, fluks total yang melewati suatu permukaan

berbentuk bola dengan muatan titik dipusatnya tidak

⇒ bergantung pada jari-jari bolanya dan besar muatannya.

Hukum Gauss dapat digunakan untuk menghitung medan listrik dari sistem yang mempunyai kesimetrian yang tinggi. (Seperti simetri bola, silinder, atau kotak)

* Contoh Soal Hukum Gauss.

↳ Sebuah persegi dengan panjang sisinya 20 cm, dan sebuah medan listrik homogen sebesar 200 N/C ditembakkan ke arahnya dengan arah tegak lurus terhadap bidang persegi tersebut. Berapa jumlah garis medan listrik yang menembus bidang persegi tersebut (Fluks Listrik)?

⇒ Jawab :

- Luas persegi : $S^2 = 20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^{-2} \text{ m}^2$

- $E = 200 \text{ N/C}$

- Sehingga :

$$\Phi = E \cdot A$$

$$\Phi = (200)(4 \times 10^{-2})$$

$$\Phi = 8 \text{ m}$$