

Nama : Guslin Wardani

NPM : 2013022030

Kelas : B,

UTS Kelistrikan dan Kemagnetan.

1. Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut: $q_1(4,0) = 2 \text{ stat.C}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ stat.C}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ stat.C}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ stat.C}$. Tentukan: Medan listrik pada posisi $(0,0)$, dimana jarak dalam centimeter, dengan $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.C}^2$. Hitung:
- Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4 .
 - Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4
 - Potensial listrik pada titik $(0,0)$
 - Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan tersebut.

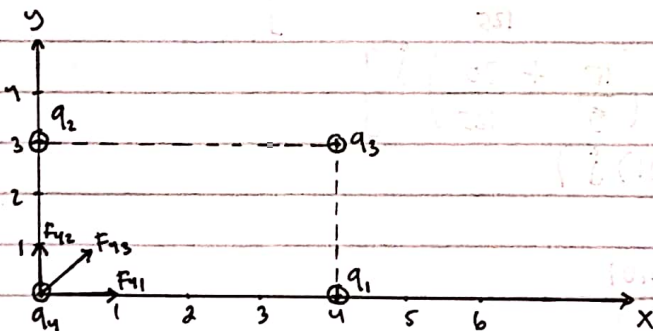
Penyelesaian :

Diketahui : $q_1 = 2 \text{ stat.C}$ $(4,0)$

$q_2 = 5 \text{ stat.C}$ $(0,3)$

$q_3 = 10 \text{ stat.C}$ $(4,3)$

$q_4 = -1 \text{ stat.C}$ $(0,0)$



- a.) Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4 .

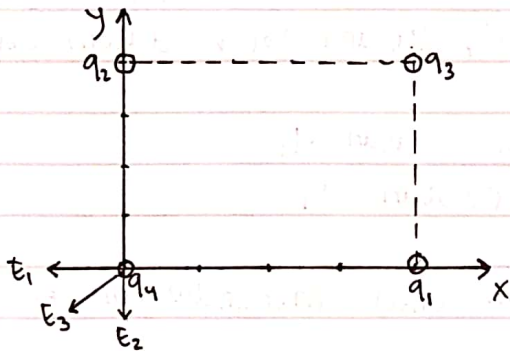
$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= kq_4 \left[\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 \right] \\
 &= (1)(-1) \left[\frac{2}{4^2} (\hat{i}) + \frac{5}{3^2} (\hat{j}) + \frac{10}{5^2} \left(\frac{4\hat{i} + 3\hat{j}}{5} \right) \right] \\
 &= -1 \left[\frac{2}{16} (\hat{i}) + \frac{5}{9} (\hat{j}) + \frac{10}{125} (4\hat{i} + 3\hat{j}) \right] \\
 &= -1 \left[\frac{2}{16} (\hat{i}) + \frac{5}{9} (\hat{j}) + \frac{40}{125} (\hat{i}) + \frac{30}{125} (\hat{j}) \right]
 \end{aligned}$$

$$= -1 \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right]$$

$$= -1 \left((0,445) \hat{i} + (0,796) \hat{j} \right) \text{ N}$$

$$\Rightarrow \arctan \frac{0,796}{0,445} = 1,06^\circ$$

b.)



Medan listrik pada titik (0,0)

$$E = k \left[\frac{q_1}{r_1^2} \cdot \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \cdot \hat{r}_3 \right]$$

$$= 1 \left[\frac{2}{4^2} (-4\hat{i}) + \frac{5}{3^2} (-3\hat{j}) + \frac{10}{5^2} \left(\frac{-4\hat{i} - 3\hat{j}}{5} \right) \right]$$

$$= 1 \left[\frac{2}{16} (-4\hat{i}) + \frac{5}{9} (-3\hat{j}) + \frac{10}{125} (-4\hat{i} - 3\hat{j}) \right]$$

$$= -1 \left[\left(\frac{8}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{15}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right]$$

$$= -1 \left[(0,82) \hat{i} + (1,91) \hat{j} \right]$$

c.) Potensial listrik pada (0,0)

$$V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

$$= 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right)$$

$$= \frac{30 + 100 + 120}{60}$$

$$= \frac{250}{60}$$

$$= 4,16 \text{ stat Volt}$$

d.) Besar usaha untuk memindahkan ke 4 muatan tersebut

$$W_{\text{tot}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$\rightarrow W_1 = 0$$

$$\begin{aligned} \rightarrow W_2 &= V_2 \cdot q_2 \\ &= k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}} \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{5} \\ &= 2 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

$$\rightarrow W_3 = V_3 \cdot q_3$$

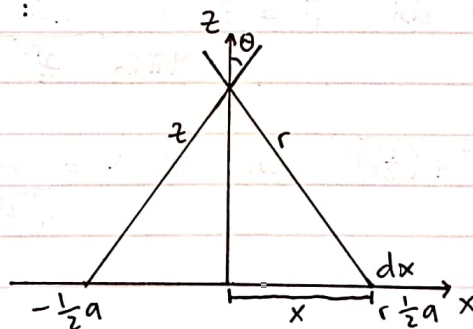
$$\begin{aligned} &= k q_3 \left[\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right] \\ &= 1 \cdot 10 \left[\frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right] \\ &= 19,16 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow W_4 &= k q_4 \left[\frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}} \right] \\ &= 1(-1) \left[\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right] \\ &= -4,16 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{tot}} &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ &= 0 + 2 + 19,16 + (-4,16) \\ &= 17 \text{ dyne cm} \end{aligned}$$

2. Sebuah kawat lurus panjangnya a , Membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P di atas kawat yang berjarak z di tengah-tengah kawat.

Penglesaian :



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(\lambda dx) \cos \theta}{r^2} \hat{E}$$

$$\text{dengan } \theta = \frac{z}{r} \text{ dan } r = \sqrt{z^2 + x^2}$$

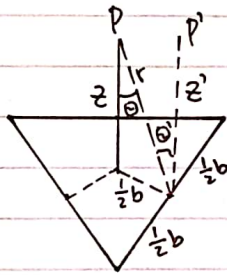
sehingga integral dimulai dari 0 sampai $\frac{1}{2}a$

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\frac{1}{2}a} \frac{2\lambda z}{(z^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx \\
 &= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2\sqrt{z^2+x^2}} \right]_0^{\frac{1}{2}a} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda \cdot \frac{1}{2}a}{z^2\sqrt{z^2+(\frac{1}{2}a)^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a}{z^2\sqrt{z^2+\frac{1}{4}a^2}}
 \end{aligned}$$

Kalau $z \gg \frac{1}{2}a$ maka medan listrik pada kawat yang panjangnya a , adalah: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a}{z^2}$

3. Hitung medan listrik sejauh z di tengah-tengah segitiga sama sisi yang panjang sisinya b . Uraikan jawabanmu dengan gambar lengkap.

Penyelesaian:



$P = P' \cos \theta$ oleh karena ada 3 sisi, maka:

$P = 3P' \cos \theta$ sehingga:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} \text{ karena ada 3 sisi. } \vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L \cos \theta}{z^2}$$

Karena $L = \frac{1}{2}b$ dan $z' = r = \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}b)^2}$ dan $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}b)^2}}$

Maka:

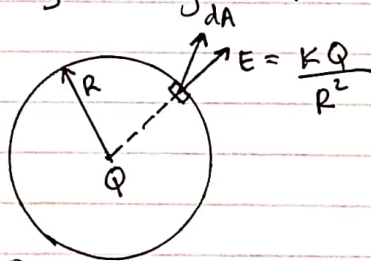
$$\vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda (\frac{1}{2}b) \cdot z}{(z^2 + (\frac{1}{2}b)^2) \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}b)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda b z}{\left(z^2 + \frac{b^2}{4}\right) \sqrt{z^2 + \frac{b^2}{4}}}$$

4. Apa yang Anda ketahui tentang Hukum Gauss? (Jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan Gauss, dan jelaskan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yang Anda kemukakan, Dimana Hukum Gauss diterapkan, dan beri contoh!

Penyelesaian:

Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan penyebaran muatan listrik dengan medan listrik yang dihasilkannya. Hukum Gauss dapat memudahkan kita untuk menghitung medan listrik pada 2 dimensi dan 3 dimensi. Dasar dari Hukum Gauss adalah fluks listrik. Fluks listrik adalah jumlah garis medan listrik yang menembus bidang. Dengan fluks listrik adalah $\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$ (Nm^2/C).



Gambar a.

Gambar a menunjukkan suatu permukaan bola dengan jari-jari R yang pusatnya terdapat muatan di titik Q . Medan listrik di sebarang tempat pada permukaan tegak lurus terhadap permukaan tersebut sebesar $\vec{E} = k \frac{Q}{R^2} \hat{r}$

Fluks total yang melewati permukaan bola ini adalah:

$$\phi_{\text{net}} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E_n \oint dA$$

$$\phi_{\text{net}} = E \cdot A = k \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = 4\pi k Q$$

Jadi, fluks total yang melewati suatu permukaan berbentuk bola dengan muatan titik di pusatnya tidak bergantung pada jari-jari bolanya dan besarnya $4\pi k$ kali besar muatan titiknya. Fluks total yang melewati setiap bagian permukaan ini besarnya adalah $4\pi k$ kali muatan total di dalam permukaan itu disebut Hukum Gauss secara matematis dirumuskan:

$$\oint E_n dA = 4\pi k Q \text{ dalam } \text{atau } \oint E_n dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Persamaan Gauss dalam bentuk integral dapat kita jabarkan dalam bentuk differensial

$$\oint_{\text{surface}} E \cdot d\vec{A} = \oint_{\text{surface}} (\nabla \cdot \vec{E}) d\tau$$

$$Q_{\text{enc}} = \int_{\text{surface}} \rho dV$$

Selanjutnya persamaan Gauss menjadi

$$\int_{\text{Volume}} (\nabla \cdot \mathbf{E}) d\tau = \int_{\text{Volume}} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) d\tau$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\text{Persamaan Gauss dalam bentuk differensial}).$$