

Nama: Winda Dwi Sayitri

NPM : 2013022018

Prodi : Pendidikan Fisika

UTS Kelistnkan dan Kemagnetan.

Senin 11 April 2022

1). Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut:

$q_1(4,0) = 2 \text{ statc}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ statc}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ statc}$ dan $q_4(0,0) = -1 \text{ statc}$

Tentukan :

- Gaya Coulumb yang dialami muatan q_4 .
- Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4 .
- Potensial listrik pada titik $(0,0)$.
- Brapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan tersebut

Jawab:

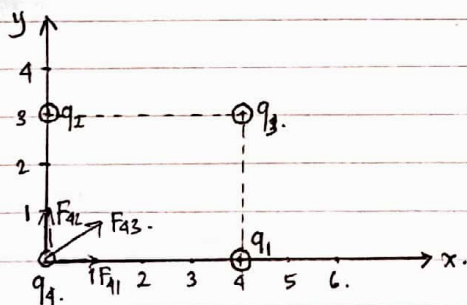
Diketahui :

$q_1 = 2 \text{ statc}$ $(4,0)$.

$q_2 = 5 \text{ statc}$ $(0,3)$.

$q_3 = 10 \text{ statc}$ $(4,3)$.

$q_4 = -1 \text{ statc}$ $(0,0)$.



a). Gaya Coulumb yang dialami muatan q_4 .

$$\vec{F} = kq_4 \left[\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 \right]$$

$$= (1) \cdot (1) \cdot \left[\frac{2}{4^2} (\hat{i}) + \frac{5}{3^2} (\hat{j}) + \frac{10}{5^2} (4\hat{i} + 3\hat{j}) \right]$$

$$= -1 \left[\frac{2}{16} (\hat{i}) + \frac{5}{9} (\hat{j}) + \frac{10}{125} (4\hat{i} + 3\hat{j}) \right]$$

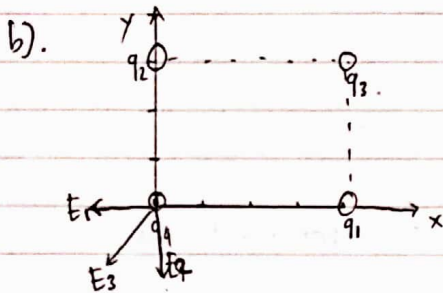
$$= -1 \left[\frac{2}{16} (\hat{i}) + \frac{5}{9} (\hat{j}) + \frac{40}{125} (\hat{i}) + \frac{30}{125} (\hat{j}) \right]$$



$$= -1 \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right]$$

$$= -1 \left((0,445) \hat{i} + (0,796) \hat{j} \right). \text{ N.}$$

a) $\arctan \frac{0,796}{0,445} = 1,06^\circ$



Medan listrik pada (0,0) oleh muatan q_1 .

$$\vec{E} = k \left[\frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 \right]$$

$$= 1 \left[\frac{2}{4^2} (4\hat{i}) + \frac{5}{3^2} (-3\hat{j}) + \frac{10}{5^2} (-4\hat{i} - 3\hat{j}) \right]$$

$$= 1 \left[\frac{2}{16} (-4\hat{i}) + \frac{5}{9} (-3\hat{j}) + \frac{10}{125} (-4\hat{i} - 3\hat{j}) \right]$$

$$= -1 \left[\left(\frac{8}{16} + \frac{40}{125} \right) \hat{i} + \left(\frac{15}{9} + \frac{30}{125} \right) \hat{j} \right]$$

$$= -1 \left[(0,82) \hat{i} + (1,91) \hat{j} \right]. \text{ dyne/statcoulomb.}$$

c). Potensial listrik pada (0,0).

$$V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right)$$

$$= \frac{30 + 100 + 120}{60}$$

$$= \frac{250}{60}$$

$$= 4,16. \text{ statvolt.}$$

d). Besar usaha untuk memindahkan 4 muatan. tsb

$$\Rightarrow W_{\text{tot}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4.$$

$$\Rightarrow W_1 = 0.$$

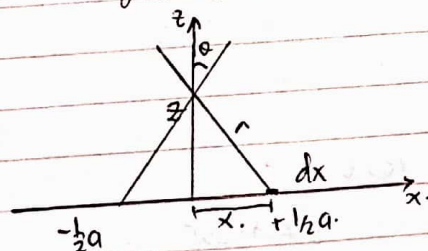
$$\Rightarrow W_2 = U_2 \cdot q_2 = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{5} = 2 \text{ dyne cm.}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow W_3 &= U_3 \cdot q_3 = k q_3 \left[\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right] \\ &= 1 \cdot 10 \left[\frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right] \\ &= 19,16 \text{ dyne cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow W_4 &= k q_4 \left[\frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}} \right] \\ &= 1 \cdot (-1) \cdot \left[\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right] \\ &= -4,16 \text{ dyne cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{tot}} &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ &= 0 + 2 + 19,16 - 4,16 \\ &= 17 \text{ dyne cm.} \end{aligned}$$

2). Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ tiling medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z ditengah tengah kawat



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2 \cdot \frac{(\lambda dx)}{r^2} \cos \theta \hat{k}$$

$$\text{dengan } \theta = \frac{z}{r} \text{ dan } r = \sqrt{z^2 + x^2}.$$

Sehingga integral dimulai dari 0 sampai $1/2 a$.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{1/2a} \frac{2\lambda \cdot x}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx$$

$$= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right]_0^{1/2a}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda \cdot 1/2a}{z^2 \sqrt{z^2 + (1/2a)^2}}$$

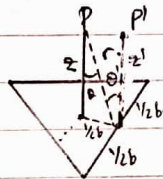
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a}{z^2 \sqrt{z^2 + 1/4a^2}}$$

Kalau $z \gg 1/2a$ maka medan listrik pada kawat yang panjangnya a , adalah:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda a}{z^2}$$

- 3). Hitunglah medan listrik sejauh z di tengah tengah segitiga sama sisi yang panjang sisinya b . Uraikan jawaban dengan gambar lengkap.

Jawab:



$P = P' \cos \theta$. oleh karena ada 3 sisi maka.

$P = 3P' \cos \theta$. sehingga.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} \quad \text{Karna ada 3 sisi.} \quad \vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} \cos \theta$$

Karena $L = 1/2b$. dan $z' = r = \sqrt{z^2 + (1/2b)^2}$ dan $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (1/2b)^2}}$

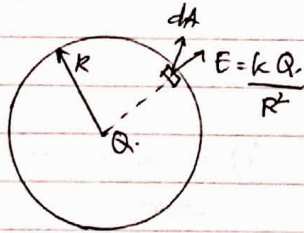
maka:

$$\vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda (1/2b) \cdot z}{(z^2 + (1/2b)^2) \sqrt{z^2 + (1/2b)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda b z}{(z^2 + \frac{b^2}{4}) \sqrt{z^2 + \frac{b^2}{4}}} \hat{z}$$

4 Hukum Gauss.

Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan penyebaran muatan listrik dengan medan listrik yang dihasilkannya. Hukum Gauss dapat memudahkan kita untuk menghitung medan listrik pada 2 dimensi dan 3 dimensi. Dasar dari Hk. Gauss adalah tentang fluks listrik. Fluks listrik adalah jumlah garis medan listrik yang menembus bidang. dengan fluks listrik adalah $\phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$ (Nm²/C).



Gambar a.

Gambar a menunjukkan suatu permukaan bola yg jari-jari R yang pusatnya terdapat muatan di titik Q. Medan listrik di sebarang tempat pd permukaan tidak lurus thdp permukaan. tsb. sebesar $\vec{E} = k \frac{Q}{R^2} \hat{r}$

Fluks total yang melewati permukaan bola ini adalah:

$$\phi_{\text{net}} = \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = E_n \oint dA$$

$$\phi_{\text{net}} = E \cdot A = k \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = 4\pi kQ$$

Jadi fluks total yang melewati suatu permukaan berbentuk bola dengan muatan titik di pusatnya tidak bergantung pada jari-jari bolanya dan besarnya. 4πk. Kali besar muatan titiknya. Fluks total yg melewati setiap bagian permukaan ini besarnya adalah 4πk kali muatan total didalam permukaan itu disebut Hukum Gauss. Secara matematis dirumuskan:

$$\oint \vec{E}_n dA = 4\pi k Q_{\text{dalam}} \quad \text{atau} \quad \oint \vec{E}_n dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Persamaan Gauss dalam bentuk Integral dapat kita jabarkan dlm bentuk differensial.

$$\oint_{\text{surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{\text{surface}} (\nabla \cdot \vec{E}) d\tau$$

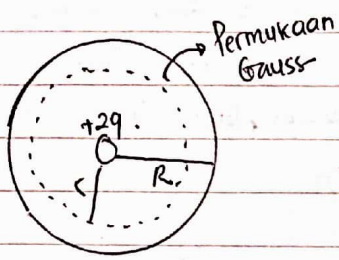
$$Q_{\text{enc}} = \int_{\text{surface}} \rho d\tau$$

Selanjutnya persamaan gauss menjadi:

$$\int_{\text{volume}} (\nabla \cdot \vec{E}) d\tau = \int_{\text{volume}} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) d\tau$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\text{Persamaan Gauss dlm bentuk differensial})$$

Contoh. Penerapan Hk - Gauss.



Tentukan medan listrik pada $r < R$.

$$\Rightarrow r < R. \quad q_{enc} = +2q.$$

$$\oint E \cdot dA = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}.$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{2q}{\epsilon_0}.$$

$$E = \frac{2q}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{r} \quad (+) \text{ karena Radial keluar.}$$