

Nama = Alfia Rosa

Npm = 2013022040

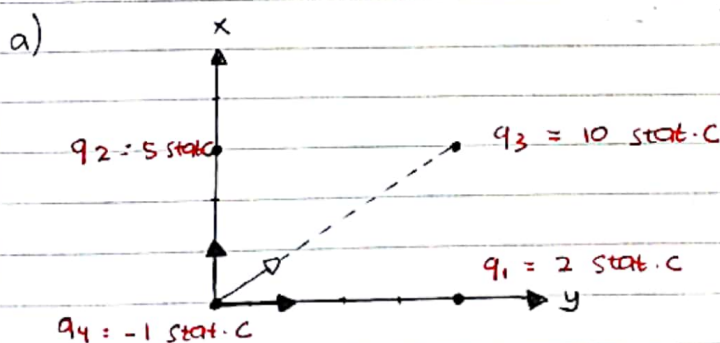
UTS KELISTRIKAN DAN KEMAGNETAN

- 1) Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut:
 $q_1(4,0) = 2 \text{ stat.c}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ stat.c}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ stat.c}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ stat.c}$. Tentukan: Medan listrik pada posisi $(0,0)$ dimana jarak dalam centimeter, dengan $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.c}^2$. Hitung:
- Gaya coulumb yang dialami oleh muatan q_4
 - Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4
 - Potensial listrik pada titik $(0,0)$
 - Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan tersebut.

Jawaban :

Diketahui : $q_1 = 2 \text{ stat.c} \rightarrow (4,0) \text{ cm}$
 $q_2 = 5 \text{ stat.c} \rightarrow (0,3) \text{ cm}$
 $q_3 = 10 \text{ stat.c} \rightarrow (4,3) \text{ cm}$
 $q_4 = -1 \text{ stat.c} \rightarrow (0,0) \text{ cm}$
 $k = +1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.c}^2$

Dit : a) $F_{q_4} = \dots ?$
b) $E_{q_4} = \dots ?$
c) $V_{q_4} = \dots ?$
d) $W_{\text{total}} = \dots ?$



Gaya coulumb yang dialami oleh muatan q_4

$$F = k_{q_4} \left(\frac{q_1}{r_{01}^2} \cdot \hat{r}_{01} + \frac{q_2}{r_{02}^2} \cdot \hat{r}_{02} + \frac{q_3}{r_{03}^2} \cdot \hat{r}_{03} \right)$$
$$= k(-1) \left(\frac{2}{16} \hat{i} + \frac{5}{9} \hat{j} + \frac{10}{25} \left(\frac{3\hat{j}+4\hat{i}}{5} \right) \right)$$

$$= -k \left(\frac{2}{16} i + \frac{40}{125} j + \frac{30}{125} j \right)$$

$$= -k (0,445 i + 0,795 j)$$

$$= -1 (0,911)$$

$$= 0,911 \text{ dyne}$$

$$= 9,11 \times 10^{-1} \text{ dyne}$$

b) Medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4

$$E_1 = k \frac{2}{16} i$$

$$E_2 = k \frac{5}{9} j$$

$$E_3 = k \frac{10}{25} \left(\frac{3i+4j}{5} \right)$$

$$E_4 = k \left(\frac{2}{16} i + \frac{40}{125} i + \frac{5}{9} j + \frac{30}{125} j \right)$$

$$= k \sqrt{(0,445)^2 + (0,795)^2}$$

$$= 1. 0,911 \text{ dyne/stat.c}$$

$$= 9,1 \times 10^{-1} \text{ dyne/stat.c}$$

c) potensial listrik pada titik (0,0)

$$V = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3}$$

$$= k \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right)$$

$$= 1 \left(\frac{250}{60} \right)$$

$$= 4,1 \text{ dyne.cm/stat.c}$$

d) Berapa besar usaha yang dilakukan untuk memindahkan ke empat muatan tersebut,

$$\begin{aligned} W_1 &= V_{p1} \cdot q_1 \\ &= 2 \text{ stat.c} : 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

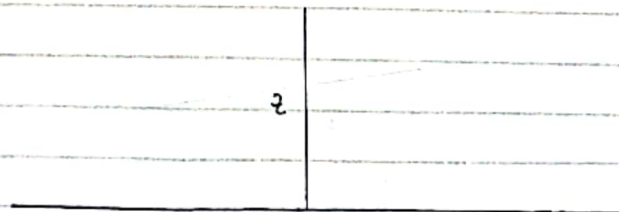
$$\begin{aligned} W_2 &= V_{p2} \cdot q_2 \\ &= k \left(\frac{q_1}{r_1} \right) \cdot q_2 \\ &= k \left(\frac{2}{4} \right) 5 \\ &= 2,5 k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_3 &= V_{p3} \cdot q_3 \\ &= k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) q_3 \\ &= k \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} \right) 10 \\ &= 21,6 k \end{aligned}$$

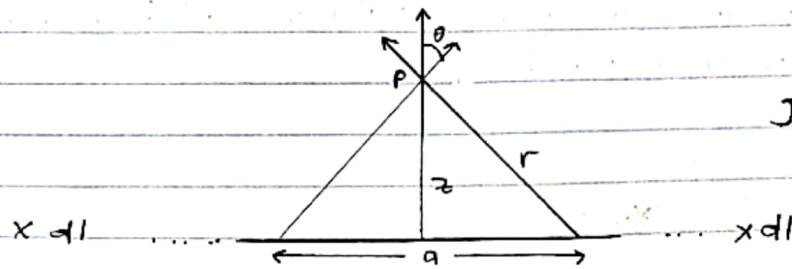
$$\begin{aligned} W_4 &= V_{p4} \cdot q_4 \\ &= k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right) q_4 \\ &= k \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} \right) -1 \\ &= -4,1 k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{\text{total}} &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ &= 0 + 2,5 k + 21,6 k - 4,1 k \\ &= 19,9 k \\ &= 19,9 \text{ dyne cm/stat.c} \end{aligned}$$

2) Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ , hitung medan listrik di titik P di atas kawat yang berjarak z di tengah-tengah kawat.



Gambar 1. Kawat lurus dengan panjang a



Jika $z \gg L$
 $z \ll L$

$$dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dE_y = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta \hat{k}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{r} \quad r = \sqrt{z^2 + \frac{1}{4}a^2}$$

$$E_y = \int_0^L \frac{\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} dl \hat{k}$$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 z} \int_0^L \frac{2x z}{(z^2 + \frac{1}{4}a^2)^{3/2}} dx$$

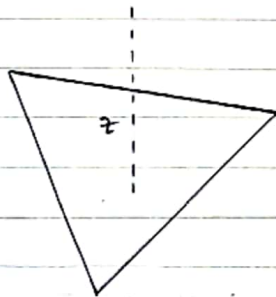
$$E_y = \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-\frac{1}{2}a}{z^2 \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}} \right]_0^L$$

$$= \frac{1 - 2\lambda \frac{1}{2} - L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}}$$

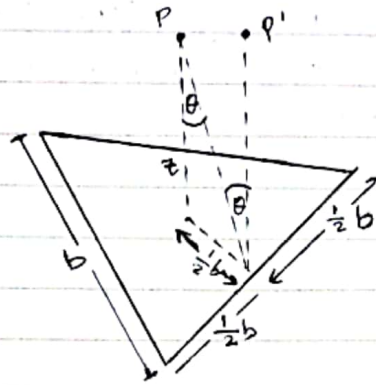
$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_y = \frac{\lambda L}{z \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}L)^2}} K$$

- 3) Hitung medan listrik sejauh z ditengah-tengah segitiga sama sisi yang panjang sisinya b . Uraikan jawabanmu dengan gambar.



Jawaban:



$$P = P' \cos \theta$$

$$P = 3 P' \cos \theta$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z'^2}$$

$$= 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z'^2} \cos \theta$$

$$L = \frac{1}{2} b$$

$$z' = r = \sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2} b\right)^2}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2} b\right)^2}}$$

maka

$$\vec{E} = 3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda \left(\frac{1}{2} b\right) z}{\left(z^2 + \left(\frac{1}{2} b\right)^2\right) \sqrt{z^2 + \left(\frac{1}{2} b\right)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3 b \lambda z}{\left(z^2 + \frac{b^2}{4}\right) \sqrt{z^2 + \left(\frac{b^2}{4}\right)}}$$

- 4) Apa yang anda ketahui tentang Hukum Gauss. Jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan Gauss, dan jelaskan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yang anda kemukakan. Dimana Hukum Gauss diterapkan, dan beri contoh!

Jawaban:

Hukum Gauss menyatakan bahwa fluks medan listrik yang keluar suatu permukaan tertutup sembarang yang melingkupi muatan-muatan q_1, q_2 adalah

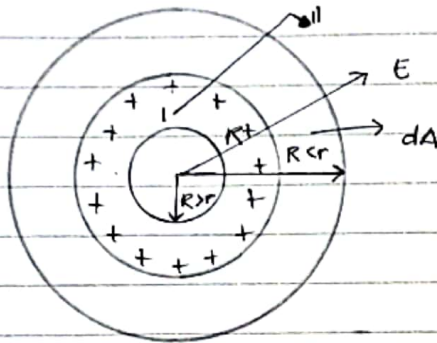
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

atau besar fluks atau garis gaya listrik yang keluar dari suatu permukaan tertutup sebanding dengan muatan yang dilingkupi oleh luasan tertutup tersebut

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \sim q$$

permukaan Gauss



$$Q_{\text{net}} = Q \quad E_n \cdot dA = E_n \int dA$$

$$Q_{\text{net}} = E \cdot A = \frac{kQ}{R^2} 4\pi R^2$$

$$= 4\pi kQ$$

Kondutor bola berongga dengan jari-jari R diberi muatan.

Tampak muatan hanya berkumpul di permukaan bola sedang di dalam bola tidak ada muatan

$$r < R \rightarrow E = 0$$

$$r \geq R \rightarrow E = \frac{kq}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

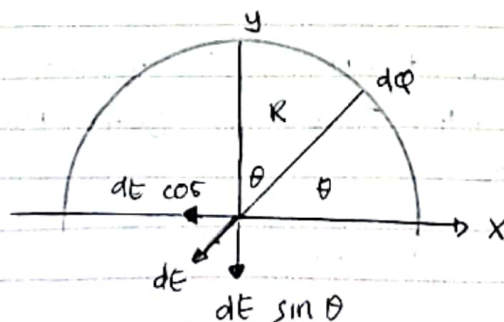
Fluk total yang melewati setiap permukaan besarnya $4\pi k$ kali muatan total di dalam permukaan, disebut hukum Gauss

Contoh penerapan Hukum Gauss

$$d\Phi = \lambda ds$$

$$= \frac{Q}{\pi R} R d\theta$$

$$= \frac{Q}{\pi} d\theta$$



$$E_x = -k \int \frac{d\theta}{r^2} \cos \theta$$

$$= -\frac{kQ}{\pi R^2} \int_0^\pi \cos \theta \, d\theta$$

$$E_y = -k \int \frac{d\theta}{r^2} \sin \theta$$

$$= -\frac{kQ}{\pi R^2} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta$$

$$E_y = -\frac{2kQ}{\pi R^2} \hat{j}$$

$$= \frac{Q}{2\pi^2 \epsilon_0 R^2} \hat{j}$$

$$E = -\frac{2k\lambda}{R} \hat{j}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 R} \hat{j}$$

Penerapan hukum gauss terbatas pada benda-benda bersimetri tinggi, seperti kawat panjang sekali (panjang tak hingga), solenoida yang sangat panjang, muatan titik, dan bola.