

Potensial listrik

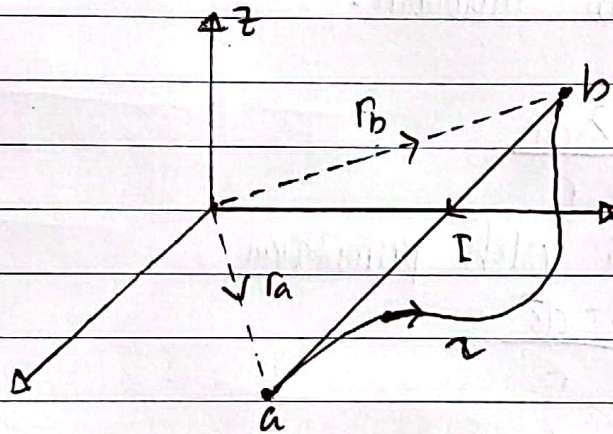
Sifat khusus dari medan listrik $\vec{E}$ yaitu

$\nabla \times \vec{E} = 0 \Rightarrow$ medan $\vec{E}$ merupakan gradien suatu skalar
 $\therefore \vec{E} \propto \nabla \phi$, maka : $\nabla \times \vec{E} = 0$

menurut teorema Stokes

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$\Rightarrow \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$ tidak bergantung pada pilihan jalan a ke b



Hal ini berlaku untuk medan $\vec{E}$ dari suatu muatan titik di titik asal atau dari setiap konfigurasi muatan yang statis.

Bila lintasan a ke b tertutup, melalui jalan 1 dan jalan 2
 maka $\oint \vec{E} \cdot d\vec{p} \neq 0$, karena $(r_1 \neq r_2)$

$\vec{E} = -\nabla V$. ($\vec{E}$ merupakan gradien potensial)

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla V$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla^2 V$$

$$\rho/\epsilon_0 = -\nabla^2 V$$

$$\Rightarrow \nabla^2 V = -\rho/\epsilon_0$$

Jika $V_a + V_b$

$$V(a) = - \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V(b) = - \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V_{ab} = V_b - V_a = \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{p} + \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{p} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V_p = - \int_{\infty}^p \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

Potensial oleh distribusi muatan.

1). Untuk kawat

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dr}{r}$$

2). Untuk distribusi oleh permukaan

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma d\vec{s}}{r}$$

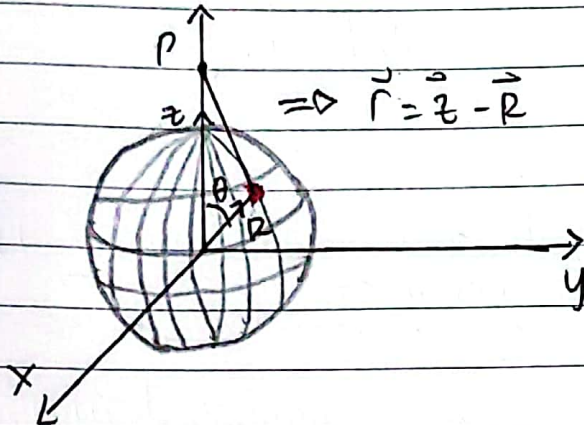
3). distribusi oleh volume

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho d\vec{v}}{r}$$

Contoh :

1. potensial oleh muatan permukaan.
bersambung...

a).



bola konduktor bermuatan homogen dengan rapat muatan σ .
Berapa potensial di titik P.

Solusi $\Rightarrow$ distribusi muatan pada permukaan bola,

$$V(p) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r}$$

$$= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{R^2 \sin\theta d\theta d\phi}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{1/2}}$$

$$= \frac{\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{d\phi \sin\theta d\theta}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{1/2}}$$

$$= \frac{2\pi\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{d(-2Rz \cos\theta)}{Rz (z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{1/2}}$$

$$= \frac{\sigma R}{4\epsilon_0 z} \left(2 (z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{1/2} \right)_0^\pi$$

$$= \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left[(z^2 + R^2 + 2Rz)^{1/2} - (z^2 + R^2 - 2Rz)^{1/2} \right]$$

$$\therefore V(p) = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left[(R+z)^2 \right]^{1/2} - [(R-z)^2]^{1/2}$$

Bila $z > R$,

$[(R-z)^2]^{1/2} = z - R$, sehingga

$$V(p) = \frac{\sigma R^2}{2\epsilon_0 z} [(R+z) - (z-R)]$$

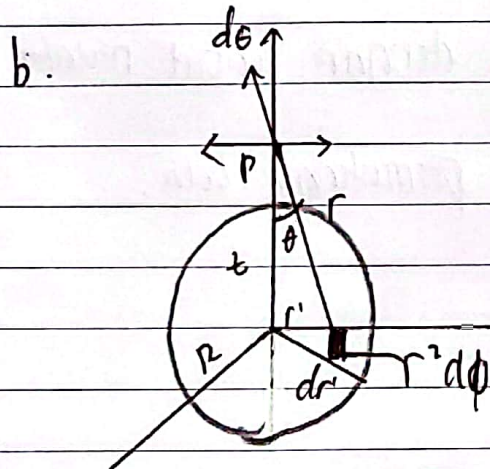
$$= \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 z}$$

Jika $R > z$

$$[(R-z)^2]^{1/2} = R-z$$

$$V(p) = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} [(R+z) - (R-z)]$$

$$V(p) = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 z}$$



$$\begin{aligned} V(p) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma d\vec{s}}{r} \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{r' dr' d\phi}{(z^2 + r'^2)^{1/2}} \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{d\phi r' dr'}{(z^2 + r'^2)^{1/2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{1}{2} \frac{d(r'^2)}{(z^2 + r'^2)^{1/2}} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{2} \cdot 2 (z^2 + r'^2)^{1/2} \right]_0^R \end{aligned}$$

$$V(p) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [\sqrt{z^2 + R^2} - z]$$

persoalan diatas dpt juga dihitung dengan rumus:

$$V(p) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{z}$$