

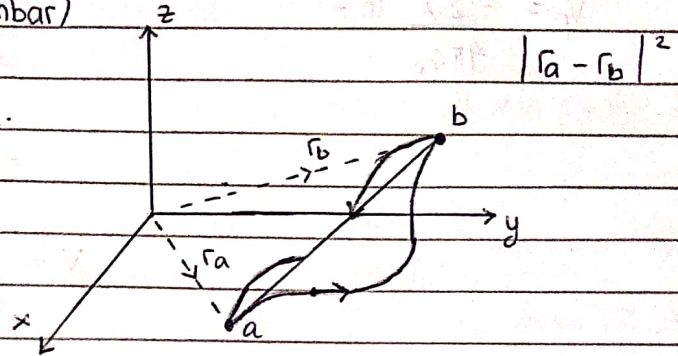
2.4 Potensial listrik

Sifat khusus medan listrik $\vec{E}$ yaitu $\nabla \times \vec{E} = 0$, jadi $\vec{E} \propto \nabla \phi$.

maka $\nabla \times \vec{E} = 0$. Menurut teorema Stokes $\oint \vec{E} d\vec{p} = \int \nabla \times \vec{E} d\vec{s} = 0$

(caranya salah perhatikan gambar)

Bila lintasan a ke b tertutup,
melalui jalan 1 dan jalan 2 harga.
 $\oint \vec{E} d\vec{p} \neq 0$, karena $(r_1 + r_2)$



$$V(a) = - \int_{\infty}^a \vec{E} d\vec{p}$$

$$V(b) = - \int_{\infty}^b \vec{E} d\vec{p}$$

$$V_{ab} = V_b - V_a = - \int_{\infty}^b \vec{E} d\vec{p} + \int_{\infty}^a \vec{E} d\vec{p} = - \int_a^b \vec{E} d\vec{p}$$

$$\boxed{V_p = - \int \vec{E} d\vec{p}} \rightarrow \text{Rumus Umum}$$

Jadi potensial di titik P $\rightarrow V_p = - \int_{\infty}^P \vec{E} d\vec{p}$

Misal :



$$V_p = - \int_{\infty}^r \vec{E} d\vec{p} = - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Untuk sejumlah muatan $q_1, q_2, \dots, q_n$ masing-masing pada jarak $r_1, r_2, \dots, r_n$

$$\text{Maka } V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \dots + \frac{q_n}{r_n} \right]$$

Potensial oleh distribusi muatan

$$1. \text{ Untuk kawat } \rightarrow V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r}$$

$$2. \text{ Untuk distribusi oleh permukaan } \rightarrow V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma dA}{r}$$

$$3. \text{ Untuk distribusi oleh volume } \rightarrow V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho dV}{r}$$

• Contoh Potensial oleh kawat panjang sekali

a) kawat Panjang sekali

$$E_p = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 z}$$

$$V_p = - \int_{\infty}^a E dp$$

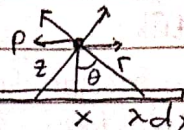
$$= - \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^z \frac{dz}{z}$$

$$V_p = - \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln z$$

b) kawat dengan panjang tertentu

misalnya $2L$

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z\sqrt{z^2+L^2}}$$



$$V = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda dx}{r}$$

$$= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \sec \theta d\theta$$

$$= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\sqrt{x^2+z^2} + x}{z} \right) \Big|_0^L$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\sqrt{L^2+z^2} + L}{z} \right)$$

2.5 Hubungan antara $\vec{E}$, P , dan V merupakan hubungan segitiga.

$$E = -\nabla V \quad \nabla \times \vec{E} = 0 \quad \text{syarat}$$

$$\vec{\nabla} V = -\frac{P}{\epsilon_0} \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} P \quad \text{elektrostatika}$$

$$\text{Hubungan } V \text{ dengan } P \rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{P d\tau}{r}$$

Solusi hubungan segitiga

1. misal: E diketahui, V dan P dapat dihitung

$$V = -\int E dp$$

$$P = \epsilon_0 \nabla \cdot E$$

2. misal: V diketahui E dan P dapat dihitung

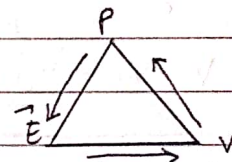
$$E = -\nabla V$$

$$P = -\epsilon_0 \nabla^2 V$$

3. misal: P diketahui, E dan V dapat dihitung

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{P d\tau}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{P d\tau}{r}$$



2.6 Usaha atau Energi Elektrostatika

2.6.1 Pengertian Usaha dan energi

Usaha adalah kerja yang dilakukan oleh gaya F untuk memindahkan muatan dari suatu tempat ke tempat lain. $W = \int \vec{F} d\vec{s}$. Jika melawan medan listrik yang ditimbulkan muatan q , maka: $W = \int \vec{F} d\vec{s}$

$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}_B; F = -QE; \vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}_B$$

$$W = \int_a^b (-F) dp = -Q \int_a^b E dp; -\int_a^b E dp = V_b - V_a$$

$W = Q(V_b - V_a)$ bila memindahkan dari titik ∞ ke titik P maka

$$W = Q V_p$$

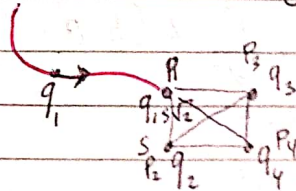
Jadi energi elektrostatika itu adalah kerja yang dilakukan untuk melawan medan listrik yang ditimbulkan oleh suatu muatan q di titik tersebut.

2.6.2 Distribusi muatan

a) Muatan titik

bila memindahkan sejumlah muatan titik, ke suatu tempat tertentu diperlukan usaha. Besar energi yang diperlukan

$\therefore$ (muatan dianggap jauh sekali)



$$W_1 = q_1 V_{P1} ; V_{P1} = 0 \text{ (mula" tidak ada muatan di titik P)}$$

$$W_1 = 0$$

$$W_2 = q_2 V_{P2} ; V_{P2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{s} + \frac{q_2}{s}$$

$$W_3 = q_3 V_{P3} ; V_{P3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{s\sqrt{2}} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 s}$$

$$W_4 = q_4 V_{P4} ; V_{P4} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{s} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{s\sqrt{2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{s}$$

Jadi energi yang diperlukan adalah :

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$$

$$= 0 + \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0 s} + \left(\frac{q_3 q_1}{4\pi\epsilon_0 s} + \frac{q_3 q_2}{4\pi\epsilon_0 s\sqrt{2}} + \frac{q_3 q_2}{4\pi\epsilon_0 s\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{q_4 q_1}{4\pi\epsilon_0 s\sqrt{2}} + \frac{q_4 q_2}{4\pi\epsilon_0 s} + \frac{q_4 q_3}{4\pi\epsilon_0 s} \right)$$

$$W = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_2}{s} + \frac{q_3}{s} + \frac{q_4}{s\sqrt{2}} \right) + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_3}{s\sqrt{2}} + \frac{q_4}{s} \right) + \frac{q_4}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_4}{s} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^4 q_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j>i}^4 \frac{q_j}{r_{ji}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 q_i \sum_{j=1}^4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 q_i V_{Pi}$$

b) energi distribus muatan kontinu yg rapat $\lambda \rightarrow W = \frac{1}{2} \int \lambda V dp$

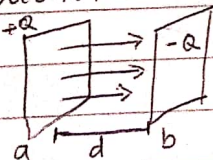
c) energi dg rapat muatan $\rho \rightarrow W = \frac{1}{2} \int \rho V d\vec{r}$

d) energi dg rapat muata $P \rightarrow W = \frac{1}{2} \int P V d\vec{r}$

Untuk daeran yg ada medan listriknya

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 d\vec{r}$$

2.7 kapasitor



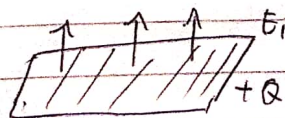
$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$E = \frac{V}{d}$$

$$V = E d$$

kapasitor merupakan konduktor yg masing" diberi muatan $+Q$ dan $-Q$



Perhatikan gambar keping di samping

Baris gaya melalui 2 permukaan

$$\oint E dA = \oint E_1 dA + \oint E_2 dA$$

$$= 2 \oint E dA$$

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = 2 E \cdot A$$

$$\frac{\Gamma_A}{\epsilon_0} = 2EA$$

$$\epsilon_1 = \frac{\Gamma}{2\epsilon_0}, \text{ Untuk 1 lempeng}$$

Energi kapasitor

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2} \int r v dA \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{Q}{A} v_1 dA \\ &= \frac{1}{2} Q V_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{1}{2} \int -r v dA \\ &= -\frac{1}{2} Q V_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2) \end{aligned}$$

atau

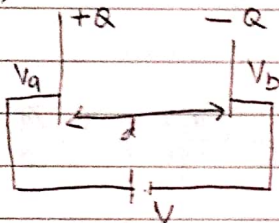
$$\begin{aligned} W &= \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 d\tau \\ &= \frac{\epsilon_0}{2} \int_a^b \left(\frac{V^2}{d^2} \right) A dx \end{aligned}$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \frac{V^2}{d^2} A (b-a)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} V^2$$

$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

Contoh:



$$V = V_a - V_b$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{V} \\ &= \frac{\epsilon_0 A}{d} \end{aligned}$$

$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

$$= \frac{1}{2} Q V$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = \frac{1}{2} Q V$$

$$Q = C V$$

$$= \frac{1}{2} C V^2$$