

Nama : Putri Asmaul Karimah
Npm : 2013022014

Potensial listrik

Sifat khusus dari medan listrik $\vec{E}$ yaitu

$\nabla \times \vec{E} = 0$, ini artinya medan $\vec{E}$ merupakan gradien suatu skalar, jadi $\vec{E} \propto \nabla \phi$, maka $\nabla \cdot \vec{E} = 0$.

Menurut teorema Stokes

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

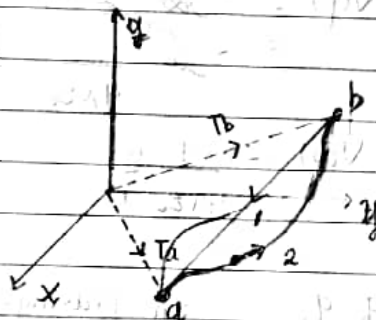
artinya $\oint_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$ tidak bergantung pada pilihan jalan a ke b.

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = -\nabla V \cdot d\vec{s} = -dV$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_a^b -dV$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = V_b - V_a$$



Va lintasannya tertutup.

$$V_b = V_a = 0$$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$. Hal ini berlaku untuk medan $\vec{E}$ dari suatu muatan titik di titik asal atau dari setiap konfigurasi muatan yang statis.

↓ → Bila lintasan a ke b tertutup, melalui jalan 1 dan jalan 2, baru ke hanya $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$, karena $(r_1 \neq r_2)$.

pers Stokes → selanjutnya; $\vec{E} = -\nabla V$ ($\vec{E}$ merupakan gradien potensial).

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla V$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = -\nabla V \cdot d\vec{s}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla^2 V$$

$$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_a^b -dV$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = -\nabla^2 V$$

$$= V \int_a^b dV$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$= V_b - V_a$$

$$\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$V_b = V_a$$

$$\nabla V \cdot d\vec{s} = dV$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int \nabla V \cdot d\vec{s} = - \int dV, \text{ jadi persamaan } V_b = k \frac{Q}{r_b}$$

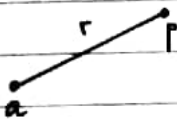
$$\begin{aligned}
 V(a) &= - \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{p} \\
 V(b) &= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}
 \end{aligned}
 \left[\begin{aligned}
 V_{ab} &= V_b - V_a = - \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{p} + \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{p} \\
 &= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p} \\
 &= - \int_a^b E \cdot d\vec{p} \\
 &= - \int_a^b E \cdot d\vec{p} \\
 V_b - V_a &= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}
 \end{aligned} \right]$$

$$V_p = - \int \vec{E} \cdot d\vec{p} \rightarrow \text{Rumus Umum}$$

jadi, potensial di titik p.

$$V(p) = - \int_{\infty}^p \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

misalkan,



$$\begin{aligned}
 V(p) &= - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{p} \\
 &= - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr
 \end{aligned}$$

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Untuk sejumlah muatan $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ masing-masing pada jarak $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ maka :

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots + \frac{q_n}{r_n} \right] = \text{penjumlahan biasa}$$

Potensial oleh distribusi muatan

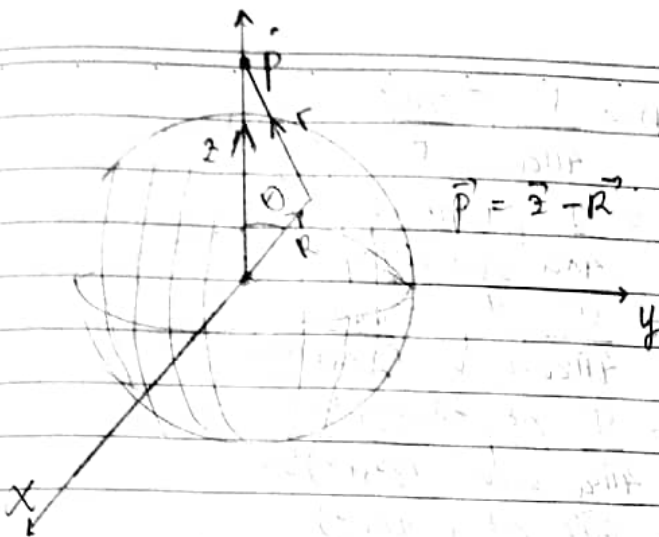
1) Untuk kawat : $V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dr}{r}$

2) Untuk distribusi oleh permukaan : $V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma ds}{r}$

3) Distribusi oleh volume : $V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho dV}{r}$

Contoh :

1. potensial oleh muatan permukaan bola . konduktor bermuatan homogen dengan rapat muatan σ . Berapa potensial di titik p.



$$\vec{r}' = \vec{z} - \vec{R}$$

= D. Distribusi muatan pada permukaan bola, maka :

$$V(p) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r}$$

$$= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{R^2 \sin\theta d\theta d\phi}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{3/2}} \quad ; |\vec{r}'| = \pm (z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{1/2}$$

$$= \frac{\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{d\phi \sin\theta d\theta}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{d(-2Rz \cos\theta)}{Rz (z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{3/2}}$$

$$= \frac{\sigma R}{4\epsilon_0 z} \left[2 (z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{1/2} \right]_0^\pi$$

$$= \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left[(z^2 + R^2 + 2Rz)^{1/2} - (z^2 + R^2 - 2Rz)^{1/2} \right]$$

$$\therefore V(p) = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left\{ [(R+z)^2]^{1/2} - [(R-z)^2]^{1/2} \right\}$$

Bila $z > R$, maka

$$[(R-z)^2]^{1/2} = z - R, \text{ sehingga}$$

$$V(p) = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} [(R+z) - (R-z)]$$

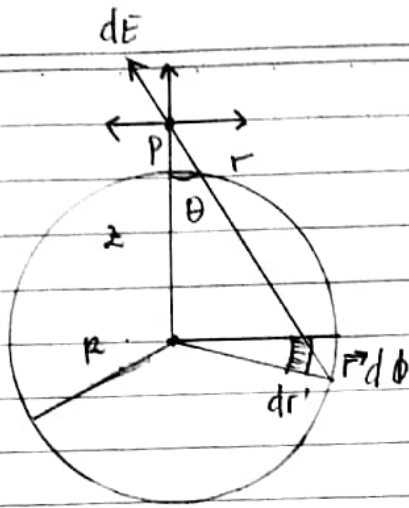
$$= \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 z}$$

Bila $R > z$, maka

$$[(R-z)^2]^{1/2} = R - z$$

$$V(p) = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} [(R+z) - R + z]$$

$$V(p) = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$



$$\begin{aligned}
 V(p) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma dA}{r} \\
 &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{r dr d\phi}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r dr d\phi}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{d(r^2)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{1}{2} \frac{d(r^2)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\frac{1}{2} \cdot 2 (z^2 + r^2)^{-1/2} \right]_0^R
 \end{aligned}$$

$$V(p) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\sqrt{z^2 + R^2} - z \right]$$

persamaan diatas dapat juga dihitung dengan rumus:

$$V(p) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$