

Nama : Gustin Wardani

NPM : 2013022030

2.4 Potensial Listrik

Sifat khusus dari muatan listrik $\vec{E}$ yaitu

$\nabla \times \vec{E} = 0$, ini artinya medan $\vec{E}$ merupakan gradien suatu skalar. Jadi,
 $\vec{E} \sim \nabla \phi$, maka $\nabla \times \vec{E} = 0$

Menurut teorema Stokes

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

artinya $\oint_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$ tidak bergantung pada pilihan jalan a ke b.

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{p} = -\nabla V \cdot d\vec{p}$$

$$= -dV$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int_a^b -dV$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{p} = V_b - V_a$$

V_a lintasan tertutup

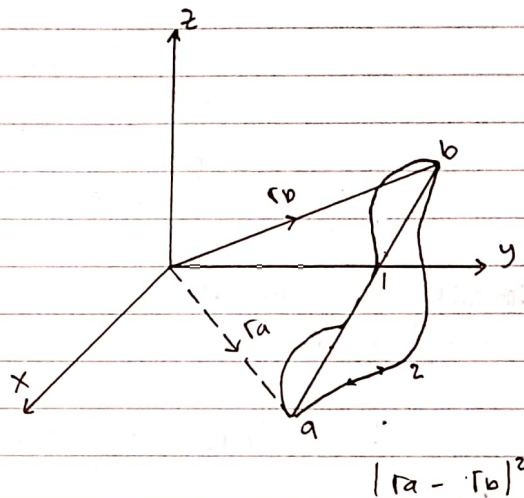
$$V_b = V_a = 0$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{p} = 0$$

Baru ke persamaan Stokes

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$d\vec{s} \neq 0, \nabla \times \vec{E} = 0$$



Hal ini berlaku untuk medan $\vec{E}$ dari suatu muatan titik di titik asal atau dari setiap konfigurasi muatan yang statis.

Bila lintasan a ke b tertutup, melalui jalan 1 dan jalan 2

maka $\oint \vec{E} \cdot d\vec{p} \neq 0$, karena $(r_1 \neq r_2)$

Selanjutnya : $\vec{E} = -\nabla V$ ($\vec{E}$ merupakan gradien potensial).

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla V$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{p} = -\nabla V \cdot d\vec{p}$$

$$\nabla \vec{E} = -\nabla^2 V$$

$$\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int_a^b -dV$$

$$\rho = -\nabla^2 V$$

$$= V \int_a^b dV$$

$$\epsilon_0$$

$$\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$= V_b - V_a$$

$$V_b = V_a$$

$$\nabla V \cdot d\vec{p} = dV$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{p} = -\int \nabla V \cdot d\vec{p} = -\int dV, \text{ jadi persoalan diatas } V_b = k \frac{Q}{r^2}$$

$$V(a) = - \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V(b) = - \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V_{ab} = V_b - V_a = - \int_{\infty}^b \vec{E} \cdot d\vec{p} + \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$= - \int_a^b E \cdot d\vec{p}$$

$$= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

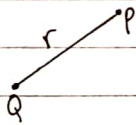
$$V(p) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

Rumus umum

Jadi potensial di suatu titik P

$$V(p) = - \int_{\infty}^p \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

Misal :



$$V(p) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{p}$$

$$= - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr$$

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Untuk sejumlah muatan $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ masing-masing pada jarak $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$, maka

$$V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots + \frac{q_n}{r_n} \right] \rightarrow \text{penjumlahan biasa}$$

Potensial oleh distribusi muatan

$$1.) \text{ Untuk kawat } = V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda}{r} dr$$

$$2.) \text{ Untuk distribusi oleh permukaan } = V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma}{r} ds$$

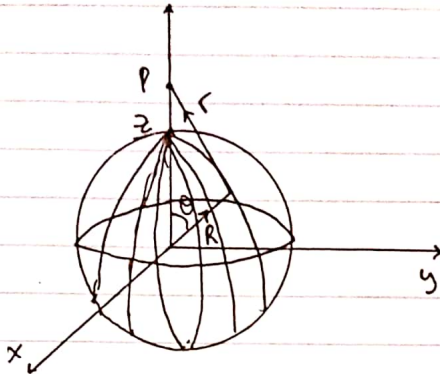
$$3.) \text{ Distribusi oleh Volume } = V(p) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{r} dV$$



Contoh :

1. Potensial oleh muatan permukaan
bersambung ...

a.



Bola konduktor bermuatan homogen dengan
rapat muatan σ .

Berapa potensial di titik P.

Solusi : distribusi muatan pada permukaan
bola, maka

$$\begin{aligned} V(P) &= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma d\vec{s}}{r} \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{R^2 \sin\theta d\theta d\phi}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{\frac{1}{2}}} \rightarrow |\vec{r}| = (z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{d\phi \sin\theta d\theta}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2\pi\sigma R^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{z} \int_0^\pi \frac{1}{Rz} \frac{d(-2Rz \cos\theta)}{(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\sigma R}{4\epsilon_0 z} \left[2(z^2 + R^2 - 2Rz \cos\theta)^{\frac{1}{2}} \right]_0^\pi \\ &= \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left[(z^2 + R^2 + 2Rz)^{\frac{1}{2}} - (z^2 + R^2 - 2Rz)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned}$$

$$\therefore V_{CP} = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left\{ \left[(R+z)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[(R-z)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

Bila $z > R$, maka

$$\left[(R-z)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = z - R, \text{ sehingga}$$

$$\begin{aligned} V_{CP} &= \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left[(R+z) - (z-R) \right] \\ &= \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 z} \end{aligned}$$

Bila $R > z$, maka

$$\left[(R-z)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = R - z$$

$$V_{CP} = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0 z} \left[(R+z) - R + z \right] \rightarrow V_{CP} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$

