

Hasil Diskusi Kelompok 5A

Anggota Kelompok :

Hamida Syah Putri (1913021019)

Herfebie Yanti (1913021029)

Syifa Salsabila (1913021049)

Yulia Maya Sari (1913021023)

Dinamika Populasi

Anggapan:

Perubahan penduduk hanya dipengaruhi oleh kelahiran dan kematian

Misal

$-\beta(t)$ adalah jumlah kelahiran per satuan penduduk dalam satuan waktu (laju kelahiran)

$-\delta(t)$ adalah jumlah kematian per unit populasi dalam satuan waktu (laju kematian)

Jumlah kelahiran dan kematian proporsional terhadap ukuran populasi dan interval waktu tertentu Δt , yaitu

$$\text{Jumlah Kelahiran} = \beta(t)P(t)\Delta t$$

$$\text{Jumlah Kematian} = \delta(t)P(t)\Delta t$$

Dengan $P(t)$ adalah jumlah populasi pada waktu t

Sehingga, perubahan populasi ΔP dalam interval waktu Δt diberikan oleh

$$\Delta P = \text{Banyaknya Kelahiran} - \text{Banyaknya Kematian}$$

$$\approx \beta(t)P(t)\Delta t - \delta(t)P(t)\Delta t$$

Sehingga

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} \approx (\beta(t) - \delta(t))P(t)$$

Jika, $\Delta t \rightarrow 0$ maka

$$\frac{dP(t)}{dt} = (\beta(t) - \delta(t))P(t)$$

Persamaan diatas yang disebut dengan **Persamaan Populasi Umum**.

Solusi umum dari persamaan populasi umum adalah

$$P(t) = P(t_0)e^{\int(\beta(t)-\delta(t))dt}$$

dengan $P(t_0)$ adalah jumlah populasi pada pengamatan awal. Jika $\beta(t)$ dan $\delta(t)$ adalah fungsi konstan maka persamaan diatas menjadi

$$P(t) = P(t_0)e^{kt}$$

dengan $k = \beta - \delta$

Jika $\beta(t)$ adalah fungsi menurun linier terhadap $P(t)$ sehingga $\beta(t) = \beta_0 - \beta_1 P(t)$, dimana β_0 dan β_1 keduanya positif, dan $\delta(t) = \delta_0$ konstan, maka persamaan populasi umum menjadi

$$\frac{dP(t)}{dt} = aP(t) - bP^2(t)$$

dimana $a = \beta_0 - \delta_0$ dan $b = \beta_1 = 0$. Jika a dan b positif maka persamaan diatas disebut

Persamaan Logistik.

Persamaan diatas dapat ditulis menjadi

$$\frac{dP(t)}{dt} = kP(t)(M - P(t))$$

dimana $k = b$ dan $M = a/b$. Jelas bahwa $P(t) = M$ adalah solusi dari persamaan di atas. Untuk mendapatkan solusi $P(t) \neq M$, metode pemisahan variabel dapat diterapkan dan didapatkan

$$P(t) = \frac{M}{1 + Ae^{(-kMt)}}$$

dimana A adalah konstanta integrasi.

Jika $P(t_0 = 0) = P_0$, dan $A = \frac{M-P_0}{P_0}$, maka persamaan diatas menjadi

$$P(t) = \frac{MP_0}{P_0 + (M - P_0)e^{(-kMt)}}$$

Jadi, solusi IVP untuk Persamaan Logistik adalah $P(t) = \frac{MP_0}{P_0 + (M - P_0)e^{(-kMt)}}$ dan $P(t)$ mendekati M karena t cenderung tak hingga. Ini berarti solusi Persamaan Logistik terbatas.