

Nama : Jestica Dwi Cahyani Utari
NPM : 2013022094
Kelas : B

No. _____
Date: _____

misal benda bermassa m diluncurkan, pada $t = 0$ dari permukaan tanah (di dataran datar) dengan θ terhadap horizontal. selain gaya gravitasi, benda dikenai gaya hambatan udara yg bekerja dalam arah yg berlawanan dengan arah gerak sesaatnya:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - cv \quad \dots (1)$$

dimana $v = (v_x, v_z)$ adalah kecepatan proyektil/benda, $g = (0, -g)$ percepatan gravitasi, dan c konstanta positif. dari persamaan diatas, dapat menjadi:

$$\frac{dv_x}{dt} = -g \frac{v_x}{v_t} \quad \dots (2)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -g \left(1 + \frac{v_z}{v_t} \right) \quad \dots (3)$$

•> $v_t = m \cdot \frac{g}{c}$ adalah kecepatan terminal. dari pers (2) kita dapat:

$$\int_{v_{x0}}^v \frac{dv_x}{v_x} = -\frac{g}{v_t} t$$

dimana $v_{x0} = v_0 \cos \theta$ adalah komponen x dari kecepatan peluncuran. Karenanya,

$$\ln \left(\frac{v_x}{v_{x0}} \right) = -\frac{g}{v_t} t \quad \text{atau} \quad v_x = v_0 \cos \theta e^{-gt/v_t}$$

Dari persamaan diatas, bahwa hambatan udara menyebabkan kecepatan horizontal proyektil, yg seharusnya konstan, meluruh secara eksponensial pada skala waktu orde $\frac{v_t}{g}$ kemudian

jatuh secara vertikal ke bawah pada kecepatan terminal, v_t , terlepas dari sudut peluncuran awalnya.

$$x = \frac{v_0 v_t \cos \theta}{g} (1 - e^{-gt/v_t})$$

pada limit $t \ll \frac{v_t}{g}$, persamaan diatas direduksi menjadi

$$x = \frac{v_0 \cos \theta t}{g}$$

→ dari pers (3) kita dapat

$$\int_{v_{z0}}^{v_z} \frac{dv_z}{v_t + v_z} = -\frac{g}{v_t} t$$

dimana $v_{z0} = v_0 \sin \theta$ adalah komponen z dari kecepatan peluncuran, karenanya

$$\ln \left(\frac{v_t + v_z}{v_t + v_{z0}} \right) = -\frac{g}{v_t} t \quad \text{atau} \quad v_z = v_0 \sin \theta e^{-gt/v_t} - v_t (1 - e^{-gt/v_t})$$

dari persamaan diatas kita dapat

$$z = \frac{v_t}{g} (v_0 \sin \theta + v_t) (1 - e^{-gt/v_t}) - v_t t$$

pada limit $t \ll \frac{v_t}{g}$, persamaan diatas direduksi menjadi

$$z = v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2 \quad \text{atau} \quad z = \frac{v_t}{g} (v_0 \sin \theta + v_t) - v_t t$$

→ Jelas dari 2 persamaan sebelumnya, bahwa waktu terbang projektik ($z=0$, tidak termasuk hasil trivial $t=0$)

$$t_f = \frac{2 v_0 \sin \theta}{g}$$

ketika $t \ll \frac{v_t}{g}$ yg menyiratkan bahwa $v_0 \sin \theta \ll v_t$ dan

$$t_f = \frac{v_0 \sin \theta}{g}.$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \quad \text{dan ketika } v_0 \sin \theta \ll v_t \quad R = \frac{v_0 v_t \cos \theta}{g}$$

1.2