

**ANALISIS TUGAS MATEMATIKA**  
**BANGUN DATAR, BANGUN RUANG, POLIGON, DAN POLIHEDRON**

Nama : Rizky Okta Fitrallah

NPM : 2513053096

Kelas :3D

**1. Pembuktian Rumus Keliling Persegi Panjang**

Rumus yang tertulis pada soal adalah  $2 \times p + l$ . Rumus tersebut perlu diperbaiki karena keliling persegi panjang yang benar adalah  $K = 2(p + l)$  atau  $K = 2p + 2l$ . Persegi panjang mempunyai empat sisi, yaitu dua sisi panjang yang masing-masing berukuran  $p$  dan dua sisi lebar yang masing-masing berukuran  $l$ . Keliling merupakan jumlah seluruh sisi, sehingga:

$$K = p + l + p + l$$

$$K = 2p + 2l$$

$$K = 2(p + l)$$

Dengan demikian, terbukti bahwa rumus keliling persegi panjang adalah  $K = 2(p + l)$ .

**2. Bangun Datar**

Bangun datar adalah bangun dua dimensi yang hanya memiliki panjang dan lebar. Untuk bangun datar, istilah yang tepat adalah luas, bukan luas permukaan.

| Bangun          | Luas             | Keliling     | Ciri dan sifat                                                                              | Sudut                            |
|-----------------|------------------|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| Persegi         | $L = s^2$        | $K = 4s$     | 4 sisi sama panjang; sisi berhadapan sejajar; diagonal sama panjang dan saling tegak lurus. | 4 sudut siku-siku ( $90^\circ$ ) |
| Persegi panjang | $L = p \times l$ | $K = 2(p+l)$ | Sisi berhadapan sama panjang dan sejajar;                                                   | 4 sudut siku-siku ( $90^\circ$ ) |

|                |                         |               |                                                                                                 |                                      |
|----------------|-------------------------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
|                |                         |               | diagonal sama panjang.                                                                          |                                      |
| Segitiga       | $L = \frac{1}{2}at$     | $K = a+b+c$   | Memiliki 3 sisi dan 3 titik sudut.                                                              | Jumlah sudut $180^\circ$             |
| Jajar genjang  | $L = at$                | $K = 2(a+b)$  | Sisi berhadapan sejajar dan sama panjang; sudut berhadapan sama besar.                          | Jumlah sudut $360^\circ$             |
| Trapesium      | $L = \frac{1}{2}(a+b)t$ | $K = a+b+c+d$ | Memiliki satu pasang sisi sejajar.                                                              | Jumlah sudut $360^\circ$             |
| Belah ketupat  | $L = \frac{1}{2}d_1d_2$ | $K = 4s$      | 4 sisi sama panjang; diagonal saling tegak lurus dan membagi sudut.                             | Sudut berhadapan sama besar          |
| Lingkaran      | $L = \pi r^2$           | $K = 2\pi r$  | Tidak memiliki sisi lurus dan titik sudut; semua titik pada lingkaran berjarak sama dari pusat. | Satu putaran $360^\circ$             |
| Layang-layang* | $L = \frac{1}{2}d_1d_2$ | $K = 2(a+b)$  | Dua pasang sisi berdekatan sama panjang; diagonal saling tegak lurus.                           | Sepasang sudut berhadapan sama besar |

### 3. Volume dan Luas Permukaan Bangun Ruang serta Asal Rumusnya

Volume menyatakan ukuran ruang yang ditempati suatu bangun, sedangkan luas permukaan adalah jumlah luas seluruh permukaan yang membatasi bangun. Rumus-rumus berikut berasal dari konsep luas alas  $\times$  tinggi, penjumlahan luas sisi, hubungan prisma-limas, dan untuk bangun lengkung dapat diturunkan menggunakan pendekatan geometri dan kalkulus.

#### 3.1 Kubus

Jika panjang rusuk kubus adalah  $s$ , alasnya berupa persegi dengan luas  $s^2$ . Karena tinggi kubus juga  $s$ , maka  $V = \text{luas alas} \times \text{tinggi} = s^2 \times s = s^3$ . Kubus mempunyai enam sisi persegi yang sama luas, sehingga  $LP = 6 \times s^2 = 6s^2$ . Jadi  $V = s^3$  dan  $LP = 6s^2$ .

#### 3.2 Balok

Alas balok berbentuk persegi panjang dengan luas  $p \times l$ . Dikalikan tinggi  $t$  diperoleh  $V = p \times l \times t$ . Balok mempunyai tiga pasang sisi yang sama luas, yaitu  $pl$ ,  $pt$ , dan  $lt$ . Maka  $LP = 2pl + 2pt + 2lt = 2(pl+pt+lt)$ .

#### 3.3 Prisma

Prisma mempunyai dua alas yang kongruen dan sejajar. Jika luas alas  $L_a$  dan tinggi  $t$ , setiap penampang sejajar alas memiliki luas yang sama. Karena itu  $V = L_a \times t$ . Luas permukaannya terdiri dari dua alas dan sisi-sisi tegak, sehingga  $LP = 2L_a + K_a t$  untuk prisma tegak, dengan  $K_a$  sebagai keliling alas.

#### 3.4 Limas

Limas mempunyai satu alas dan sisi tegak berbentuk segitiga yang bertemu di satu titik puncak. Hubungan geometri menunjukkan bahwa limas dengan alas dan tinggi yang sama memiliki volume sepertiga volume prisma. Karena volume prisma  $= L_a t$ , maka  $V = \frac{1}{3} L_a t$ . Luas permukaan = luas alas + jumlah luas sisi tegak. Untuk limas beraturan, luas sisi tegak dapat diringkas menjadi  $\frac{1}{2} K_a a$ , sehingga  $LP = L_a + \frac{1}{2} K_a a$ .

#### 3.5 Tabung

Tabung dapat dipandang sebagai prisma dengan alas lingkaran. Luas alasnya  $\pi r^2$  sehingga  $V = \pi r^2 t$ . Permukaan tabung terdiri dari dua lingkaran dan selimut. Jika selimut dibuka, bentuknya persegi panjang dengan panjang  $2\pi r$  dan lebar  $t$ . Jadi  $LP = 2\pi r^2 + 2\pi r t = 2\pi r(r+t)$ .

### 3.6 Kerucut

Kerucut memiliki alas lingkaran dan tinggi  $t$ . Secara geometris volumenya merupakan sepertiga dari volume bangun yang memiliki luas alas dan tinggi sama, sehingga  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 t$ . Permukaannya terdiri dari alas  $\pi r^2$  dan selimut berbentuk juring yang luasnya  $\pi rs$ , dengan  $s$  sebagai garis pelukis. Jadi  $LP = \pi r^2 + \pi rs = \pi r(r+s)$ .

### 3.7 Bola

Volume bola dapat diturunkan dengan menjumlahkan irisan-irisan lingkaran tipis. Secara kalkulus,  $V = \int_{-r}^r \pi(r^2 - x^2) dx = \frac{4}{3}\pi r^3$ . Luas permukaan bola adalah  $4\pi r^2$ . Hubungan geometris yang membantu memahami rumus ini adalah luas permukaan bola berjari-jari  $r$  sama dengan luas selimut tabung berjari-jari  $r$  dan tinggi  $2r$ , yaitu  $2\pi r(2r) = 4\pi r^2$ .

### 3.8 Elipsoid

Elipsoid mempunyai tiga semi-sumbu  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ . Rumus volumenya  $V = \frac{4}{3}\pi abc$ . Rumus ini dapat dipahami sebagai hasil peregangan bola satuan pada tiga arah dengan faktor  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  sehingga volume dikalikan  $abc$ . Luas permukaan elipsoid umum tidak memiliki rumus elementer sederhana; salah satu pendekatan yang sering digunakan adalah pendekatan Knud Thomsen:  $LP \approx 4\pi[(ab)^p + (ac)^p + (bc)^p / 3]^{1/p}$ , dengan  $p \approx 1,6075$ .

### Rumus volume yang dapat digunakan sebagai konsep umum

Tidak ada satu rumus sederhana yang identik untuk semua bangun ruang. Namun, konsep umum yang sangat penting adalah  $V = \text{luas alas} \times \text{tinggi}$ , yang berlaku langsung untuk prisma dan tabung. Limas dan kerucut memiliki faktor  $\frac{1}{3}$ . Bola dan elipsoid mempunyai rumus khusus karena permukaannya melengkung.

## 4. Jaring-jaring dan Unsur Bangun Ruang

| Bangun         | Sisi/permukaan    | Rusuk | Titik sudut | Jaring-jaring                           |
|----------------|-------------------|-------|-------------|-----------------------------------------|
| Kubus          | 6 persegi         | 12    | 8           | 6 persegi yang saling terhubung         |
| Balok          | 6 persegi panjang | 12    | 8           | 6 persegi panjang yang saling terhubung |
| Limas segitiga | 4 segitiga        | 6     | 4           | 1 alas segitiga + 3 sisi segitiga       |

|                  |                                      |                  |   |                                               |
|------------------|--------------------------------------|------------------|---|-----------------------------------------------|
| Limas segiempat  | 5                                    | 8                | 5 | 1 alas segiempat + 4 segitiga                 |
| Prisma segitiga  | 5                                    | 9                | 6 | 2 segitiga + 3 persegi panjang                |
| Prisma segiempat | 6                                    | 12               | 8 | 2 alas segiempat + 4 sisi tegak               |
| Tabung           | 3 permukaan: 2 lingkaran + 1 selimut | 2 rusuk lengkung | 0 | 2 lingkaran + 1 persegi panjang               |
| Kerucut          | 2 permukaan: 1 lingkaran + 1 selimut | 1 rusuk lengkung | 1 | 1 lingkaran + 1 juring                        |
| Bola             | 1 permukaan lengkung                 | 0                | 0 | Tidak mempunyai jaring-jaring datar sejati    |
| Elipsoid         | 1 permukaan lengkung                 | 0                | 0 | Tidak mempunyai jaring-jaring datar sederhana |

Catatan: untuk tabung, kerucut, bola, dan elipsoid, istilah 'permukaan' lebih tepat daripada 'sisi' karena terdapat permukaan lengkung. Bola dan elipsoid tidak dapat dibentangkan menjadi jaring-jaring datar tanpa distorsi.

## 5. Apakah Lingkaran Termasuk Poligon?

Lingkaran tidak termasuk poligon. Poligon adalah bangun datar tertutup yang tersusun dari ruas-ruas garis lurus. Contohnya segitiga, segiempat, segilima, dan segienam. Lingkaran mempunyai garis lengkung dan tidak mempunyai titik sudut, sehingga tidak memenuhi definisi poligon.

## 6. Pengertian Poligon dan Unsur-unsurnya

Poligon atau segi banyak adalah bangun datar tertutup yang dibentuk oleh sejumlah ruas garis lurus yang saling bertemu pada titik-titik ujungnya.

- Sisi: ruas garis yang membentuk poligon.
- Titik sudut (vertex): titik pertemuan dua sisi.
- Sudut: daerah yang terbentuk oleh dua sisi yang bertemu.
- Diagonal: ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang tidak bersebelahan.
- Interior: daerah bagian dalam poligon.
- Eksterior: daerah di luar poligon.

## **7. Polyhedron Beraturan dan Tidak Beraturan**

Polyhedron atau polihedron adalah bangun ruang tiga dimensi yang permukaannya tersusun atas poligon. Polyhedron beraturan adalah polyhedron yang semua permukaannya merupakan poligon beraturan yang kongruen dan susunan sudut di setiap titik sudutnya sama. Lima polyhedron beraturan yang dikenal sebagai Platonic solids adalah tetrahedron, kubus (hexahedron), octahedron, dodecahedron, dan icosahedron.

Polyhedron tidak beraturan adalah polyhedron yang tidak memenuhi seluruh syarat tersebut. Ukuran atau bentuk sisi, panjang rusuk, atau susunan sudutnya dapat berbeda. Contohnya adalah balok dan berbagai prisma atau limas yang tidak memenuhi sifat beraturan.

## **KESIMPULAN**

Berdasarkan pembahasan, rumus bangun datar dan bangun ruang dapat dipahami dari sifat geometris masing-masing. Keliling merupakan jumlah panjang sisi, luas menunjukkan ukuran daerah dua dimensi, volume menunjukkan ruang yang ditempati bangun, dan luas permukaan merupakan jumlah luas permukaan pembatas bangun ruang. Rumus volume prisma dan tabung berasal dari luas alas dikalikan tinggi, sedangkan limas dan kerucut mempunyai faktor sepertiga. Bola dan elipsoid memiliki rumus khusus karena permukaannya melengkung. Lingkaran bukan poligon karena tidak tersusun dari ruas garis lurus, sedangkan polyhedron merupakan bangun ruang yang tersusun dari bidang-bidang poligon.