



EET620208-DASAR SISTEM KENDALI

Analisis Kestabilan Sistem

Pengampu :

Umi Murdika, S.T., M.T.

Muhammad Fikri, M.Eng.

Ir. Anisa Ulya Darajat, S.T. M.T.

Sumadi, S.T., M.T.

Pustaka

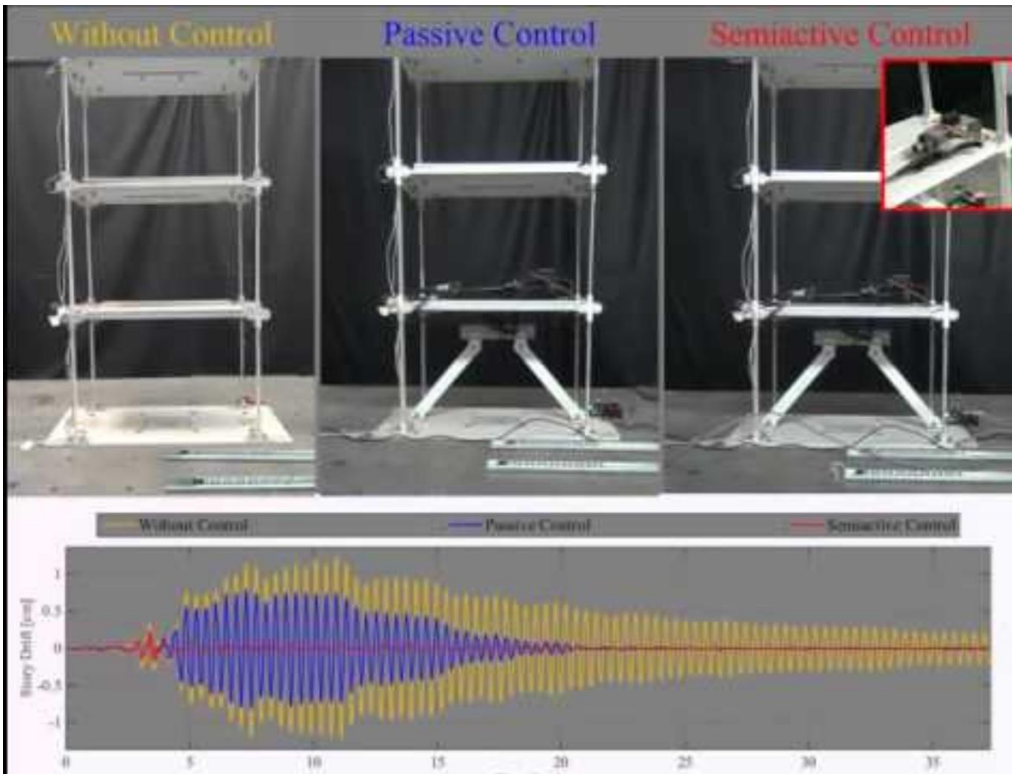
1. Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Prnetice Hall, 2010, 5h edition,
2. Norman S. Nise, Control System Engineering, John Wiley, 2011, 6h edition
3. Made Santo Gitakarma, S.T., M.T., Sistem Kendali Disertai Contoh Soal dan Penyelesaian, Graha Ilmu (2013)

Kegiatan Perkuliahan Berdasarkan RPS

9	Mampu merancang, menganalisis, dan mengevaluasi sistem kendali dengan menggunakan metode klasik (Root Locus, Bode, Routh).	Analisis Sistem: Sistem orde dua	Bentuk: Kuliah Metode: • Ceramah • Diskusi Media: Proyektor, Komputer Sumber Belajar: vclass.unila.ac.id, PU: 1, 2, 3 PP: 3, 4	<u>TM</u> : 3x50' <u>PT</u> : 3x50' <u>BM</u> : 3x60'	Menganalisis sistem orde dua dan menjelaskan hasil analisisnya.	Non tes: • Tanya jawab Tes: • UTS • Tugas Terstruktur (Mandiri)	Ketepatan menganalisis sistem dan ketepatan penjelasannya.	5
---	--	----------------------------------	---	--	---	--	--	---

Kenapa penting mempelajari Sistem Kendali?

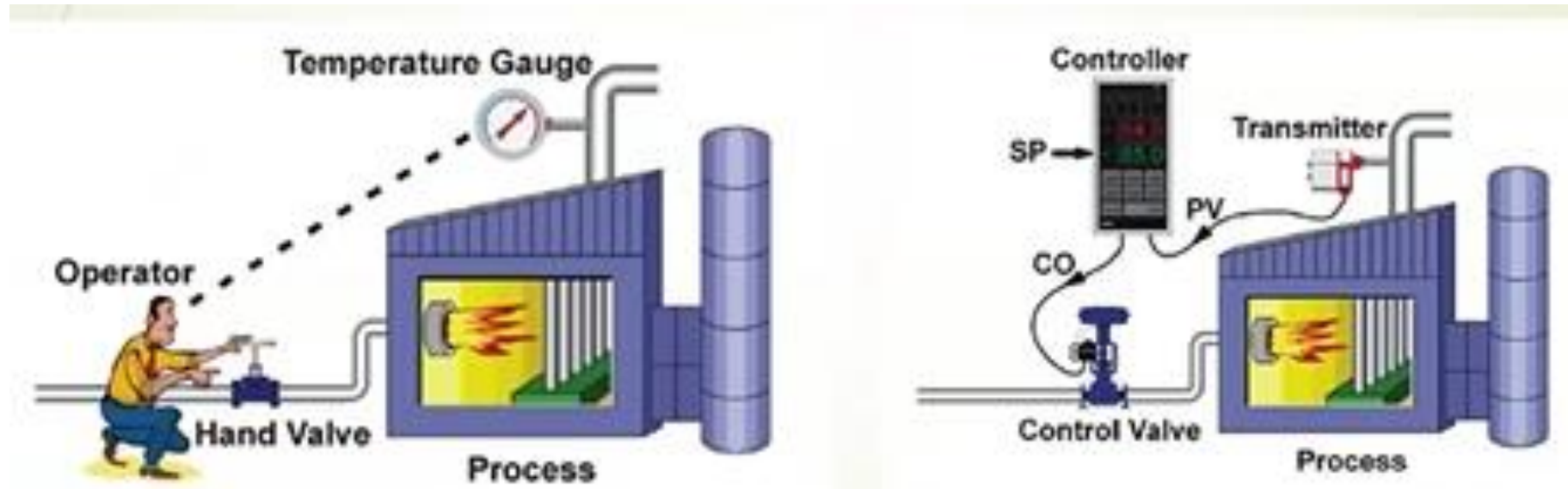
- Sistem Kendali membantu dalam menyelesaikan banyak permasalahan di bidang engineering. (Cakupan aplikasi ilmu Sistem Kendali sangat luas)

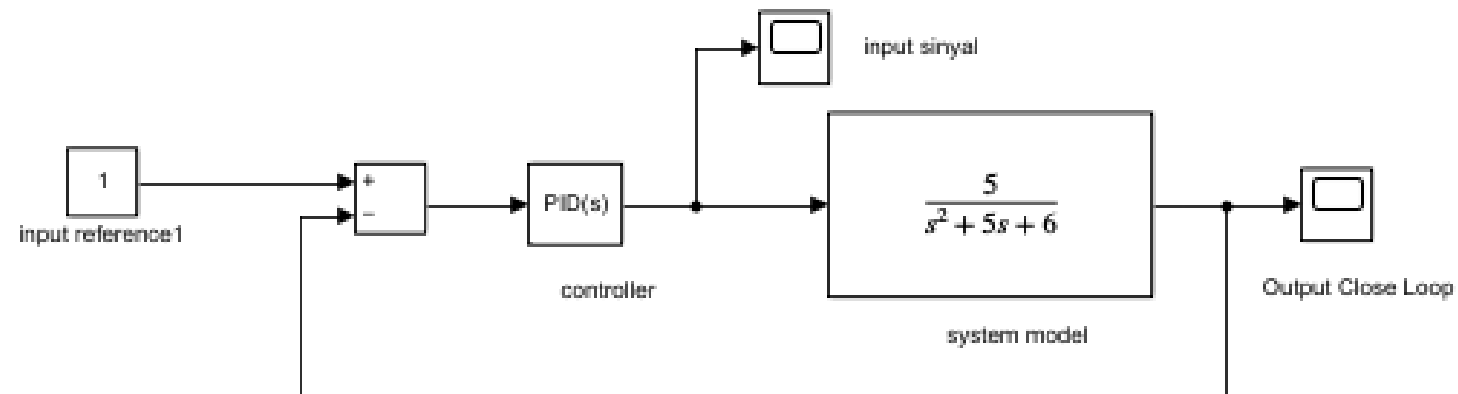
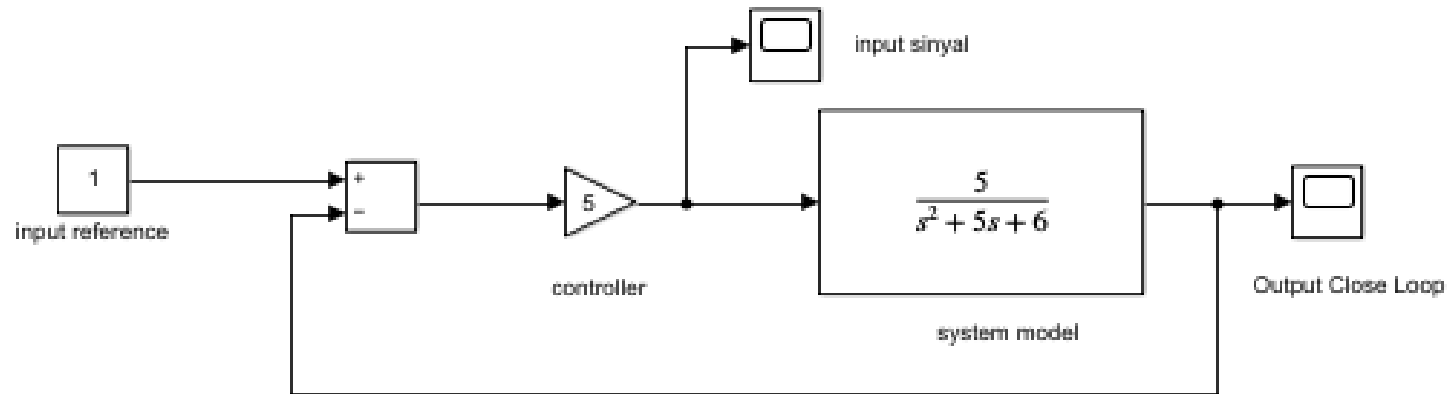
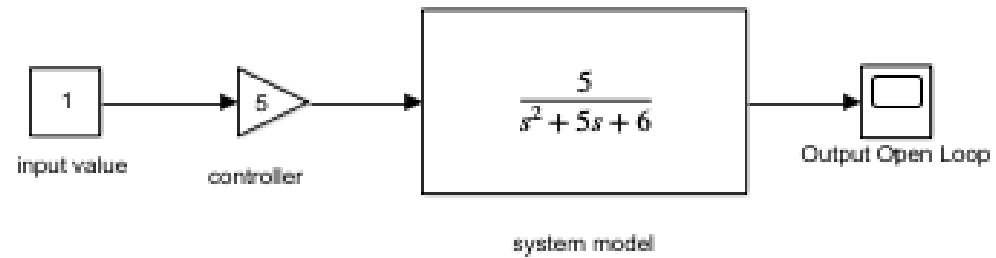


Permasalahan
Studi Kasus:
Teknik Sipil

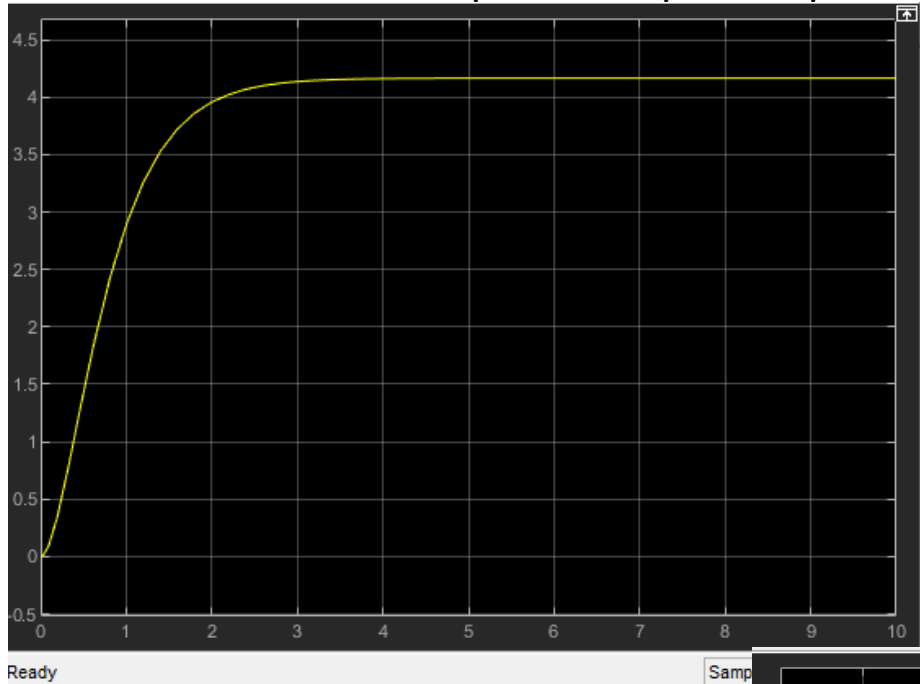
Prototipe Struktur Gedung dalam skala kecil dengan teknologi tahan gempa menggunakan kontrol pasif menggunakan servomotor dan sistem penahan hidrolik

Apa beda dari kedua Gambar tersebut?

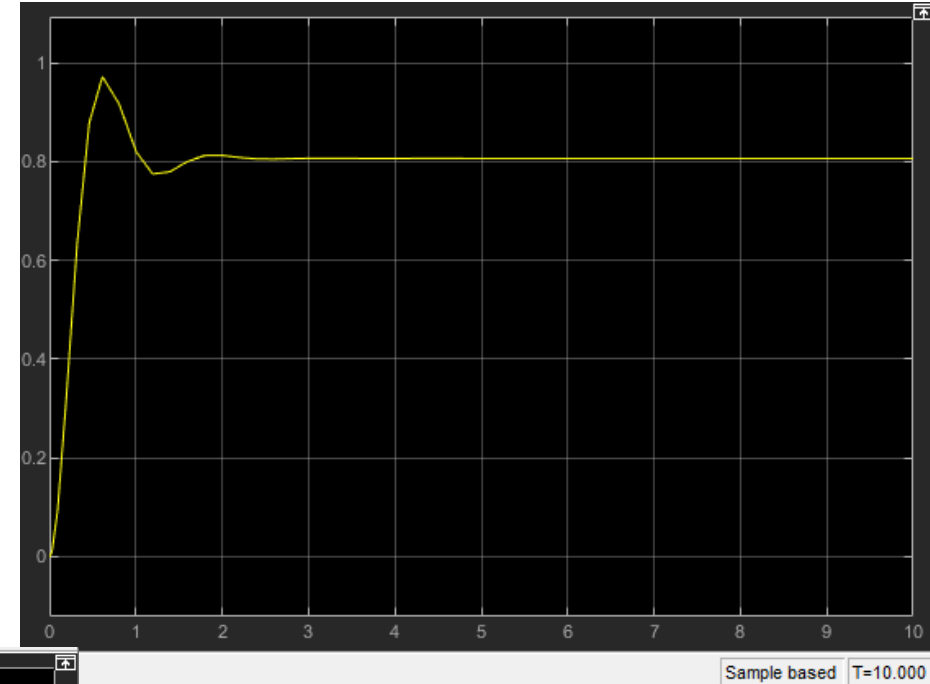




Output dari open loop

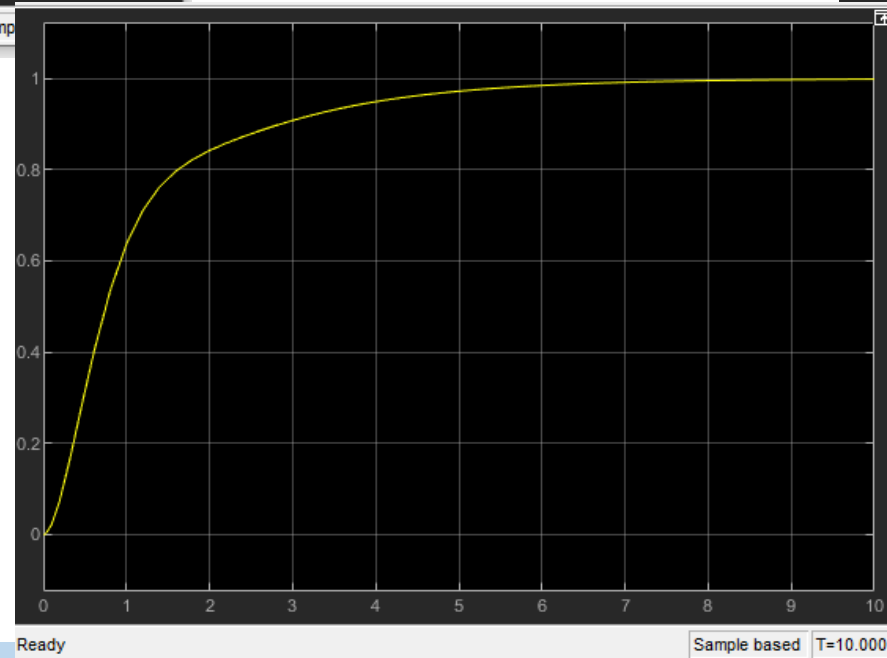


Output dari close loop 1



Performansi

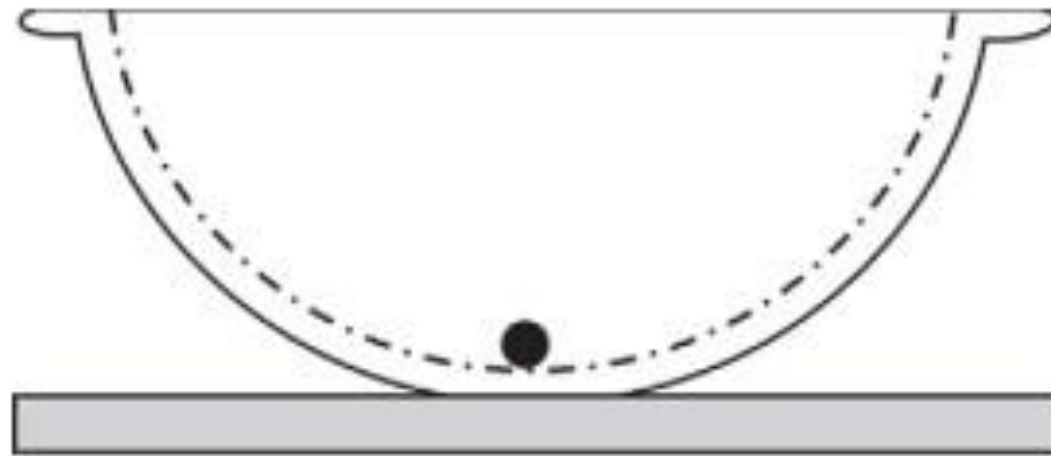
Output dari close loop 2



Kriteria Performansi

- Kriteria performansi/spesifikasi performansi sistem kontrol adalah syarat-syarat yang harus dipenuhi sistem kontrol agar sistem kontrol mampu menyelesaikan suatu pekerjaan tertentu.
- Performansi sistem kontrol loop tertutup seharusnya memenuhi kriteria/spesifikasi performansi diantaranya;
 - Stabilitas (kestabilan)
 - Sensitivitas (kepekaan)
 - Akurasi (ketelitian)
 - Transient response (tanggapan peralihan)

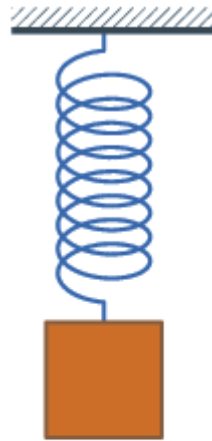
Apakah sistem ini stabil?



Lalu bagaimana dengan sistem ini?

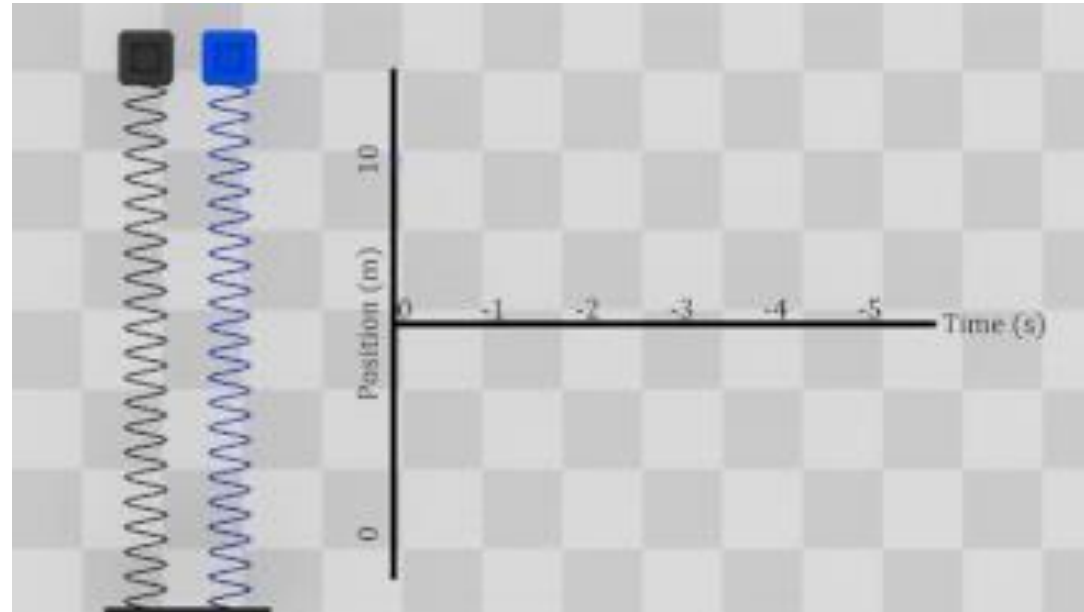


Apabila kita tarik pegas,
apakah yang akan terjadi?



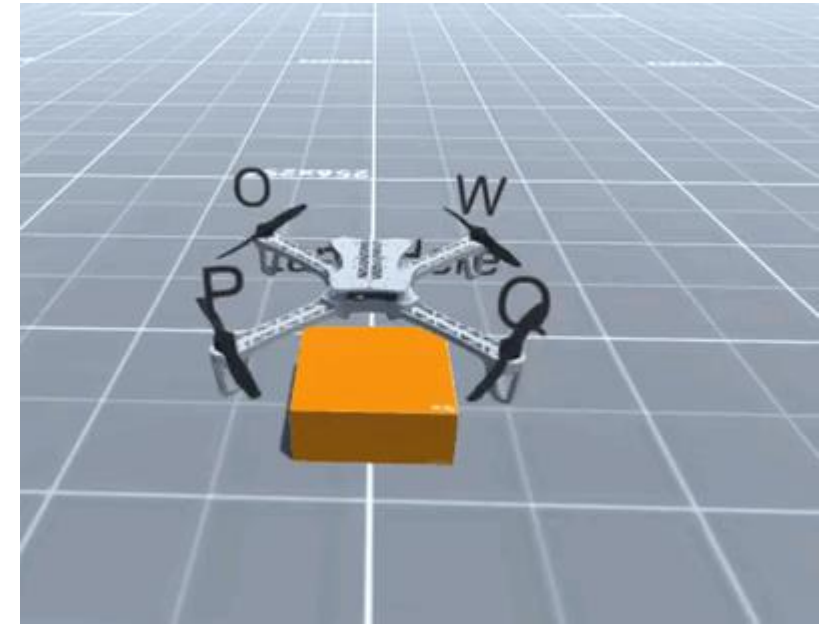
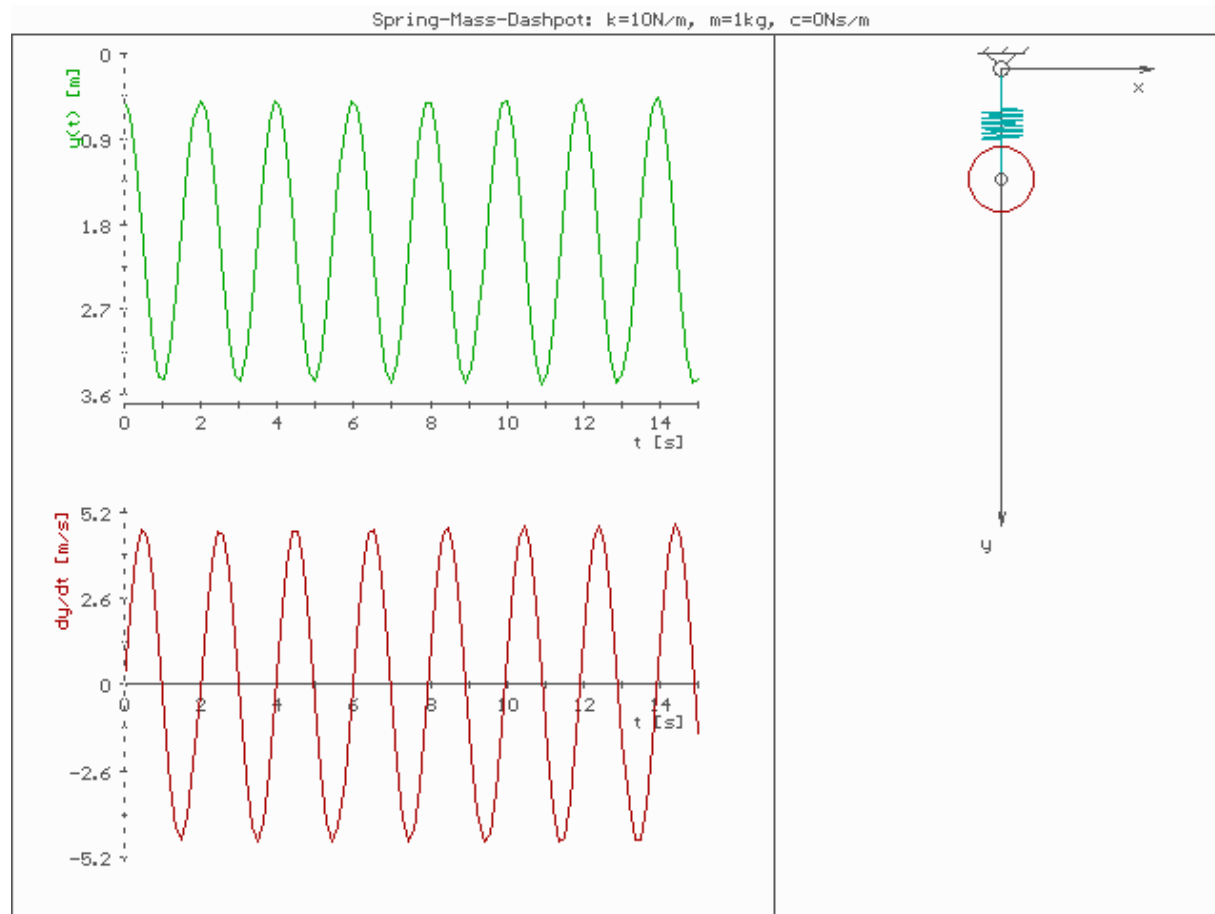
**lama kelamaan pegas akan
diam pada keadaan
mantap (steady state)
atau
pegas langsung diam (tanpa berayun)**

Stabil



Sistem stabil → sistem dalam kondisi diam/berhenti kecuali jika dirangsang oleh masukan/ input dan akan kembali ke keadaan diam jika masukan/input tersebut dihilangkan.

Sistem tidak stabil



Sistem tidak stabil $\rightarrow$ respon terhadap masukan memberikan osilasi yang keras atau bergetar. Atau nilai nya semakin membesar menuju tak berhingga

Kestabilan Sistem

- 1) **Input sistem tidak mempengaruhi kestabilan suatu sistem**, sehingga jika sistem tersebut stabil terhadap suatu masukan maka dia akan stabil untuk masukan yang ada, sebaliknya stabilitas hanya bergantung pada karakteristik sistem itu sendiri.
- 2) Respon suatu sistem yang stabil dapat dikenali dari adanya peralihan yang menurun menuju nol terhadap pertambahan waktu, artinya:
- 3) Koefisien suku eksponensial yang terdapat dalam respon transiennya harus merupakan bilangan-bilangan nyata yang negative (misalnya: e^{-4x})
Atau bilangan kompleks dimana bagian nyatanya harus negative
(misal: $-4 + j2$)

Kenapa koefisien suku eksponensial harus bilangan nyata yang negative?

Sistem dengan model matematika:

$$f(t) = e^{-9t}$$

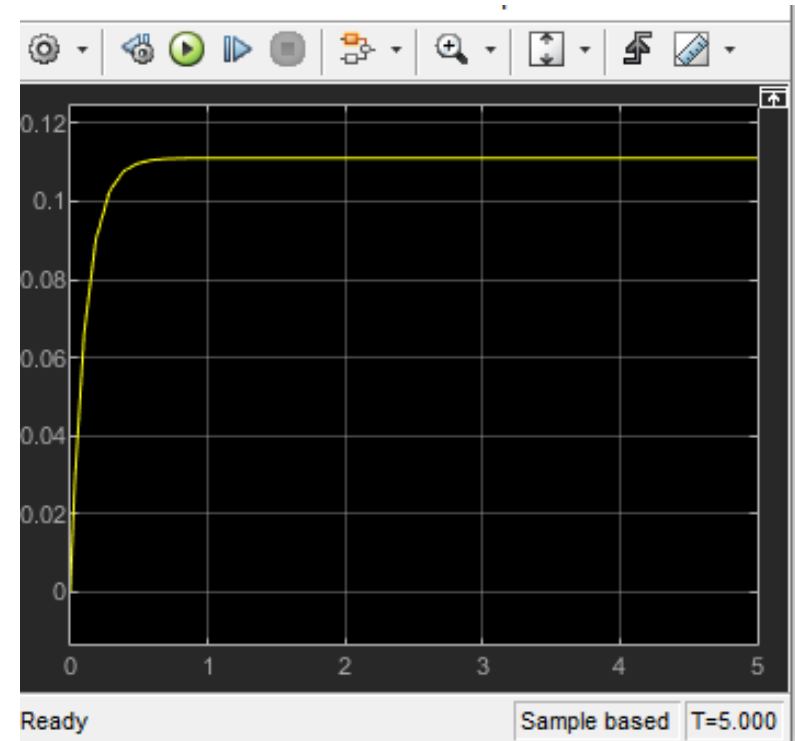
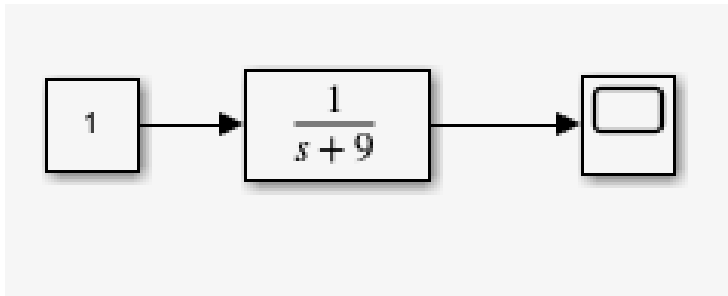
Bisa diubah model matematis dalam bentuk Laplace

$$f(t) = e^{-9t}$$

$$F(s) =$$

No	$f(t)$	$F(s)$
1	Impuls satuan $\delta(t)$	1
2	Unit step $u(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	t^n , dimana $n = 1, 2, 3 \dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
6	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
7	$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
9	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

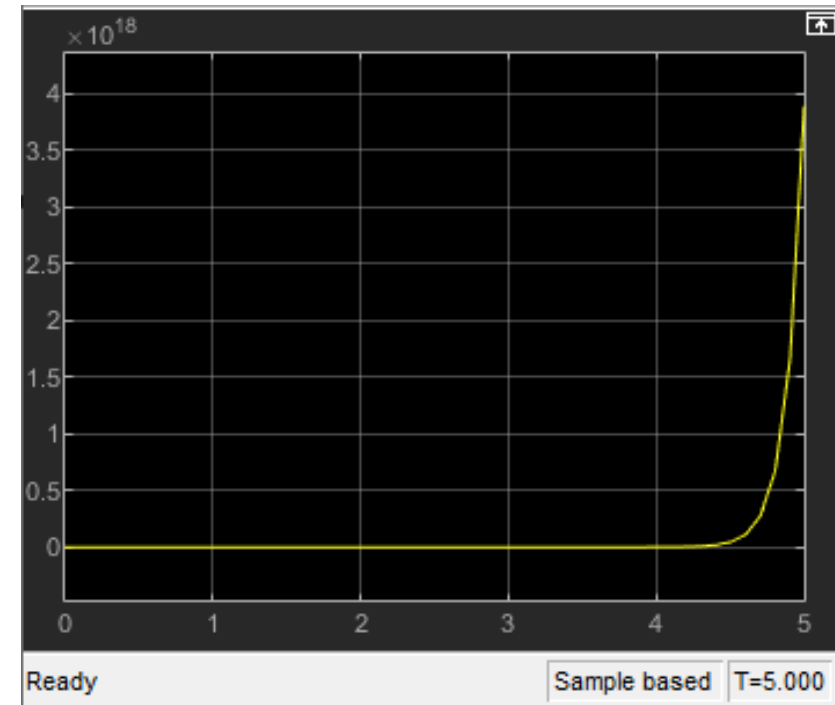
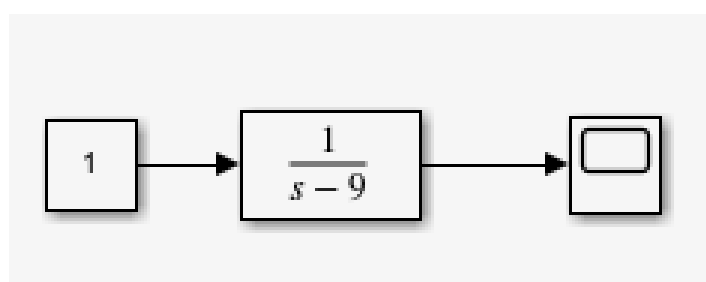
Simulasi $F(s) = \frac{1}{s+9}$



stabil

Bagaimana jika koefisien suku eksponensialnya diganti menjadi bilangan nyata yang positive?

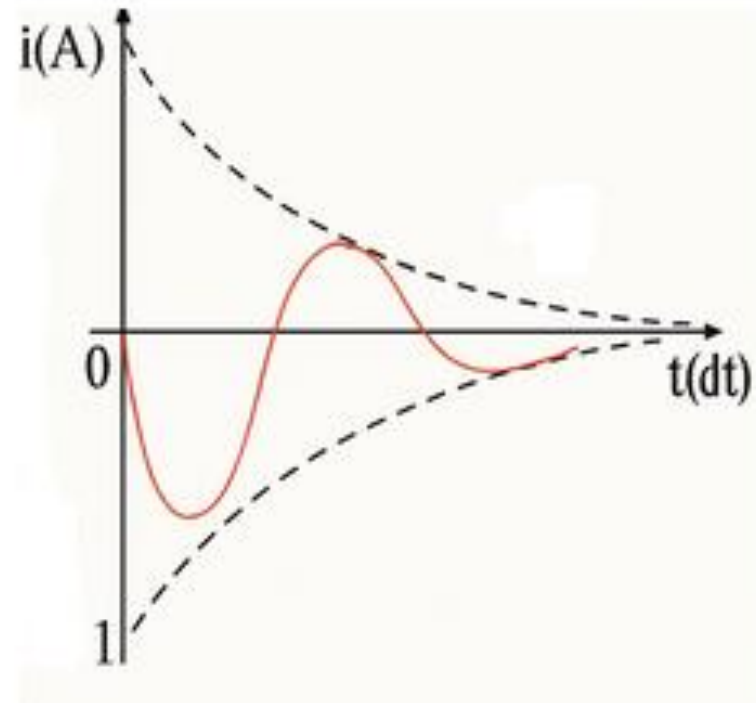
- $f(t) = e^{9t}$



Tidak stabil

Respon sistem dikatakan stabil jika

- Suatu sistem berosilasi dengan amplitudo yang berkurang terhadap waktu secara eksponensial.
- Respon sistem tersebut merupakan respon sistem yang stabil, yang merupakan respon peralihan sistem/respon transien sistem



Analisis kestabilan sistem

Analisis kestabilan sistem: pendekatan untuk menentukan kestabilan sistem dapat dilakukan setelah mengubah persamaan sistem ke dalam fungsi s melalui transformasi laplace.

Analisis kestabilan sistem dapat dilakukan dengan:

1. Menggunakan persamaan karakteristik
2. Menggunakan kriteria Routh –Hurwitz
3. Analisis tempat kedudukan akar-akar persamaan karakteristik (root locus)

Respon Waktu Sistem?

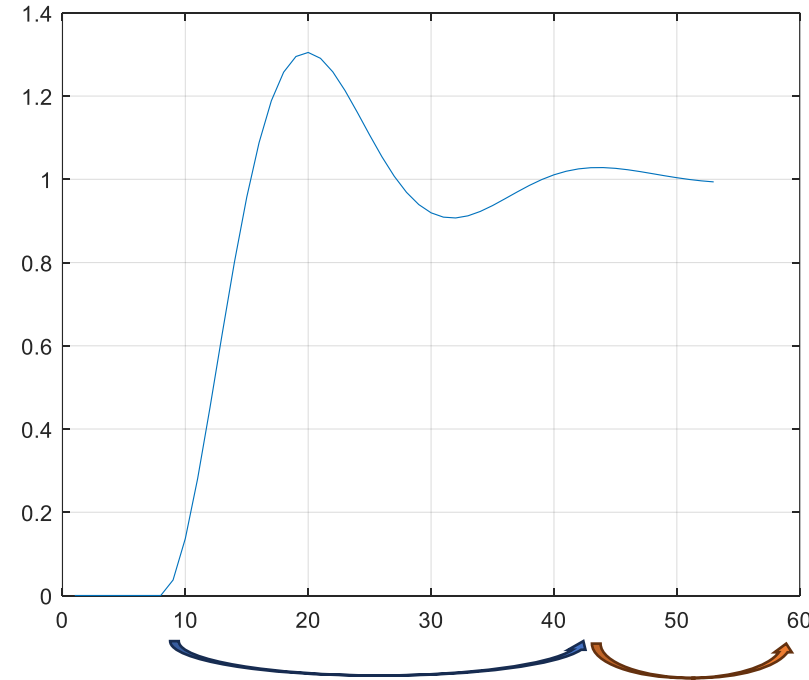
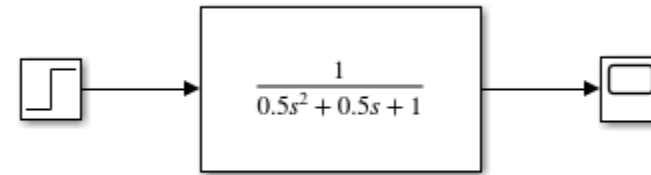
- Respon waktu sistem Adalah keluaran/tanggapan dari suatu sistem dengan masukan/input tertentu.

Dibedakan menjadi 2 yaitu:

1. Respon transien/tanggapan peralihan
2. Respon steady state/tanggapan tunak/tanggapan mantap

Kasus; Respon/Tanggapan Suatu Sistem

- Dengan menganalisis tanggapan peralihan (respon transien) sistem dapat diketahui beberapa hal;
- Waktu yang diharapkan untuk mencapai keadaan mantap, nilai kesalahan (error) yang mengikuti sinyal masukan/input



Respon transien

Respon steady state

Respon transien berdasarkan orde sistem

Orde sistem dapat diketahui berdasarkan pangkat tertinggi penyebut fungsi alih.

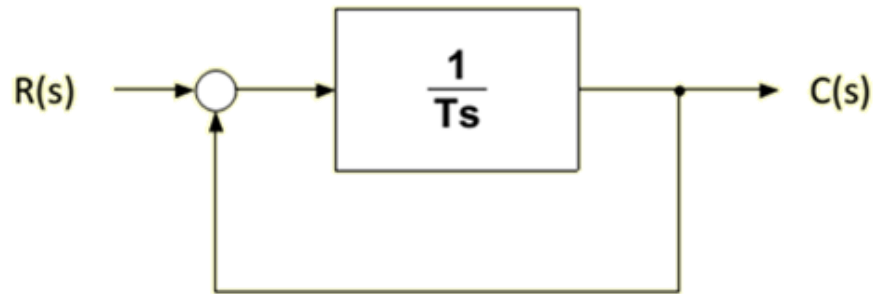
Respon sistem orde satu

Respon sistem orde dua

Respon sistem orde tinggi

Diagram Blok Sistem Orde 1

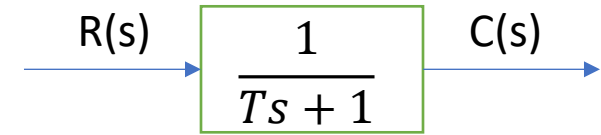
- Diagram Blok Closed Loop



- Analisis Fungsi Alih

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1/Ts}{1 + 1/Ts}$$
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

Respon unit step pada Orde 1



- Jika sistem orde satu diberi masukan unit step $r(t)=1$, dari Transformasi Laplace fungsi unit step adalah $R(s) = \frac{1}{s}$
- Maka responnya Adalah;

$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} R(s)$$
$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} \frac{1}{s} = \frac{1}{s(Ts + 1)}$$

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(s)]$$

$$c(t) = 1 - e^{-t/T} \text{ (untuk } t \geq 0 \text{)}$$

Respon Unit Step pada sistem Orde 1

- Salah satu karakteristik penting respon eksponensial $c(t)$ tersebut Adalah bahwa pada $t = T$

$$\text{maka } c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} = 1 - e^{-\frac{T}{T}} = 1 - e^{-1} \cong 0,632 = \frac{2}{3}$$

Sehingga

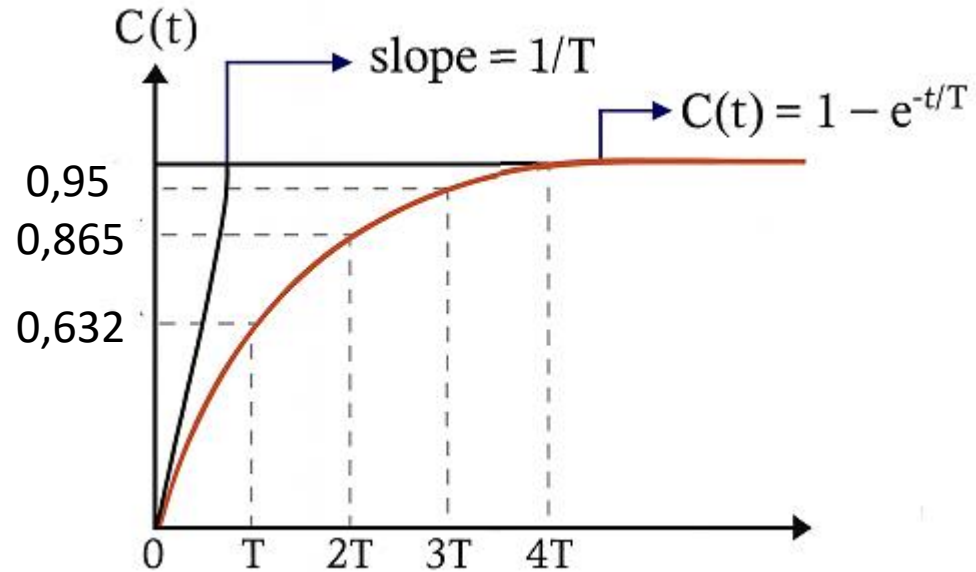
$T = \text{time constant/konstanta waktu sistem}$
 $= 2/3 \text{ harga akhir}$

Konstanta waktu T yang lebih kecil akan mempercepat respon sistem.

Karakteristik penting lainnya pada kurva respon eksponensial Adalah kemiringan garis singgung/gradien pada $t = 0$ Adalah $1/T$ karena

$$\frac{dc}{dt} = \frac{1}{T} e^{-t/T} \Big|_{t=0} = \frac{1}{T}$$

Respon Unit Step Pada Sistem Orde 1



Gambar respon unit step orde 1

T pada Gambar A adalah Time Constant
Dimana pada saat T maka $C(t) = 0,632 \times A$, dengan A adalah amplitudo nilai akhir (jika unit step maka nilai akhir $A=1$)

Sedangkan pada saat $2T$ nilai $C(t) = 0,865 \times A$

Dan pada saat $3T$ nilai $C(t) = 0,95 \times A$

Jadi, dengan menggambar nilai nilai saat T , $2T$, $3T$ akan mempermudah penggambaran kurva respon unit step sistem orde 1.

```

graph LR
    R["R(s)"] --> Block["1 / (Ts + 1)"]
    Block --> C["C(s)"]

```

$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} R(s)$$

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(s)]$$

Sedangkan sinyal error/kesalahan $e(t)$ Adalah

$$e(t) = T(1 - Te^{-\frac{t}{T}})$$

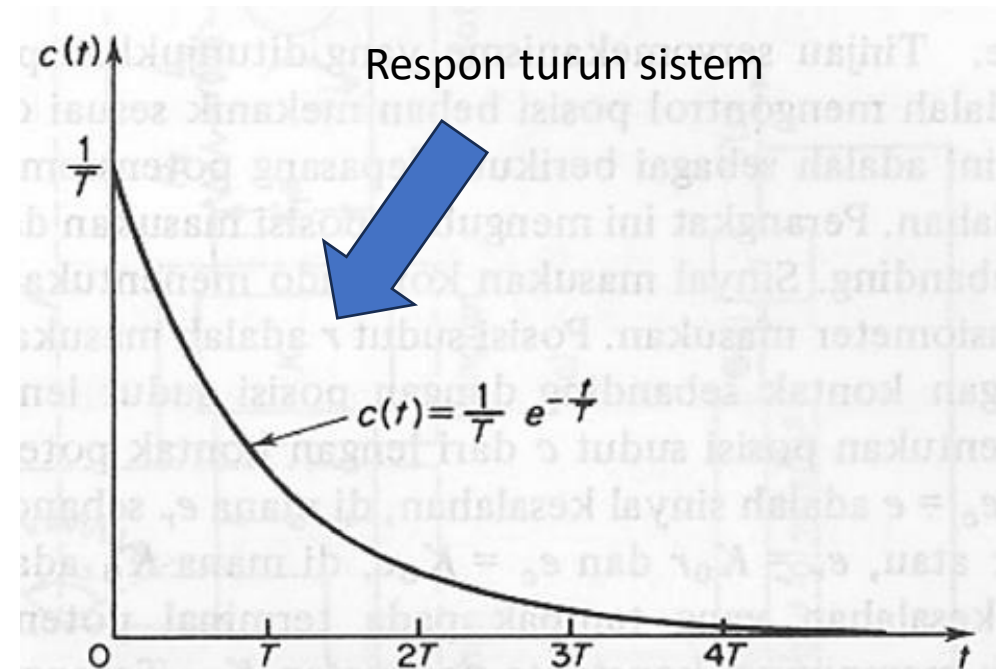
Analisis respon unit ramp pada sistem orde 1 lebih sulit untuk dilakukan, sehingga jarang digunakan untuk analisis performa sistem

Respon fungsi Implus pada Sistem Orde 1

Jika sistem orde 1 diberi masukan fungsi implus, dari Transformasi Laplace unt implus Adalah $R(s)=1$.

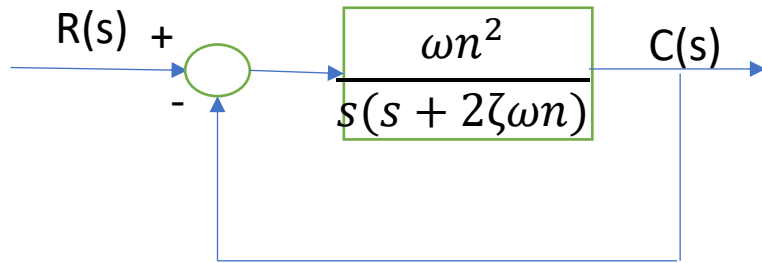
$$C(s) = \frac{1}{Ts + 1} R(s)$$
$$c(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T} \quad t \geq 0$$

Analisis respon unit implus pada sistem orde 1 untuk melihat respon turun dari suatu sistem



Gambar respon unit implus pada sistem orde 1

Diagram Blok Sistem Orde 2



$$\bullet \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}}{1 + \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}}$$

$$= \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n) + \omega_n^2}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Parameter penting di dalam suatu sistem yang merupakan karakteristik sistem itu sendiri

Akar akar penyebut fungsi alih atau akar-akar persamaan karakteristik:

$$s_{12} = \frac{-2\zeta\omega_n s \pm \sqrt{(2\zeta\omega_n s^2 - 4\zeta\omega_n^2)}}{2}$$

$$s_{12} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$s_{12} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$s_{12} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n$$

dimana:

ζ = rasio peredaman sistem (damping ratio)

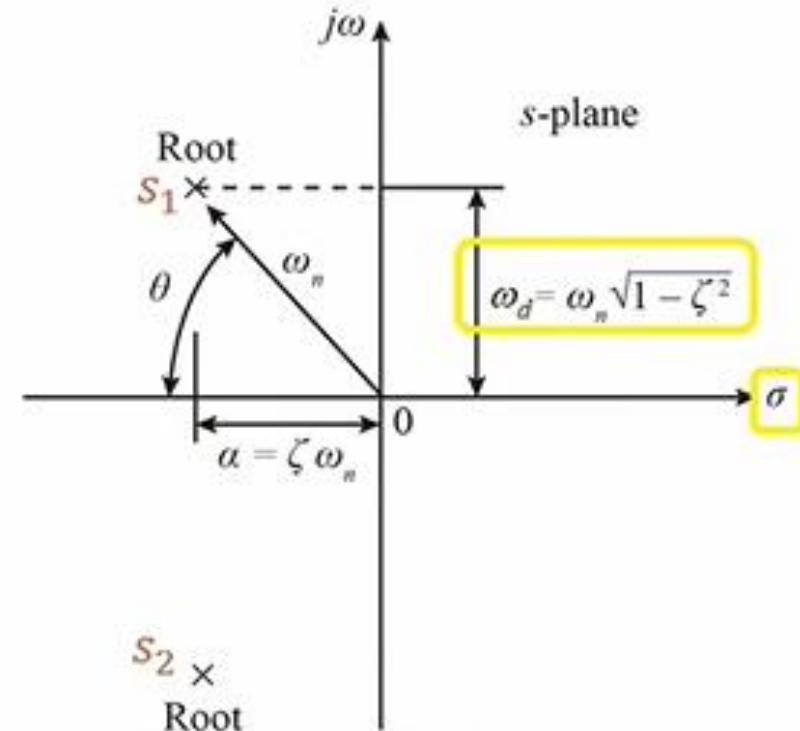
ω_n = frekuensi natural/alamiah tak teredam

ω_d = frekuensi natural/alamiah teredam

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Hubungan Akar akar Fungsi alih dengan bidang s

- $s_{12} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n$
- $= -\sigma \pm j\omega_d$
- Bidang s atau s-plane suatu penggambaran bidang kompleks sebagai domain transformasi laplace
- Analisis sistem pada s-plane dapat digunakan untuk mengetahui kestabilan suatu sistem.

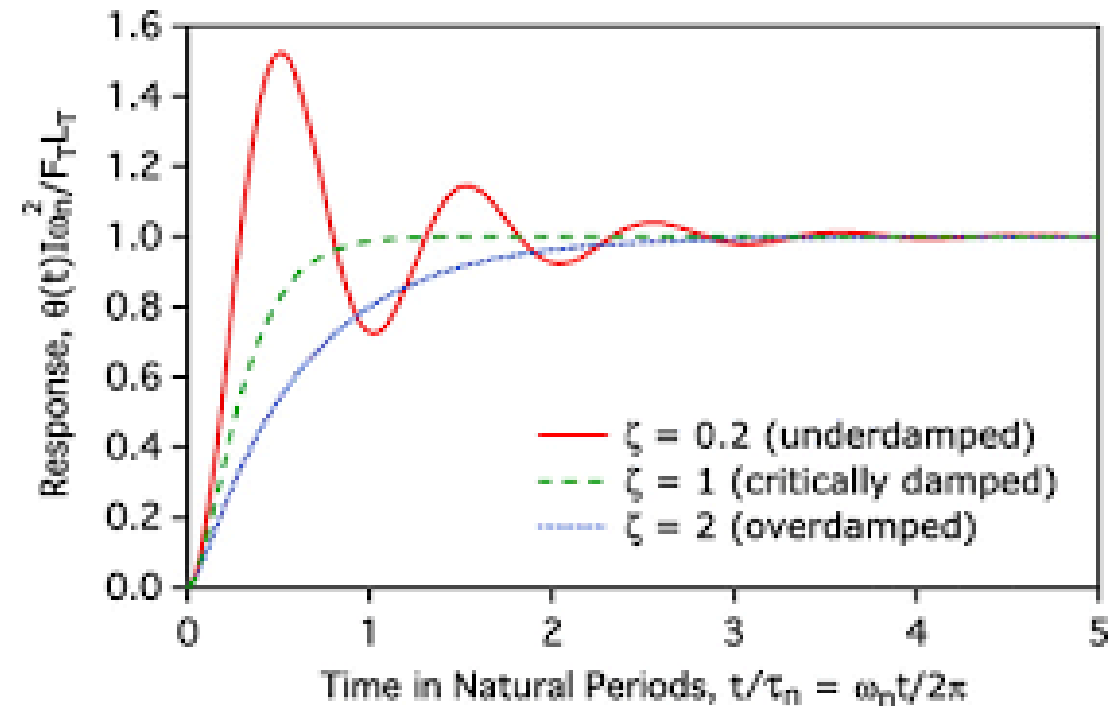


Karakteristik Dinamika Sistem Orde 2

- Kelakuan dinamik sistem orde dua dapat digambarkan dalam suku dua parameter ζ dan ω_n

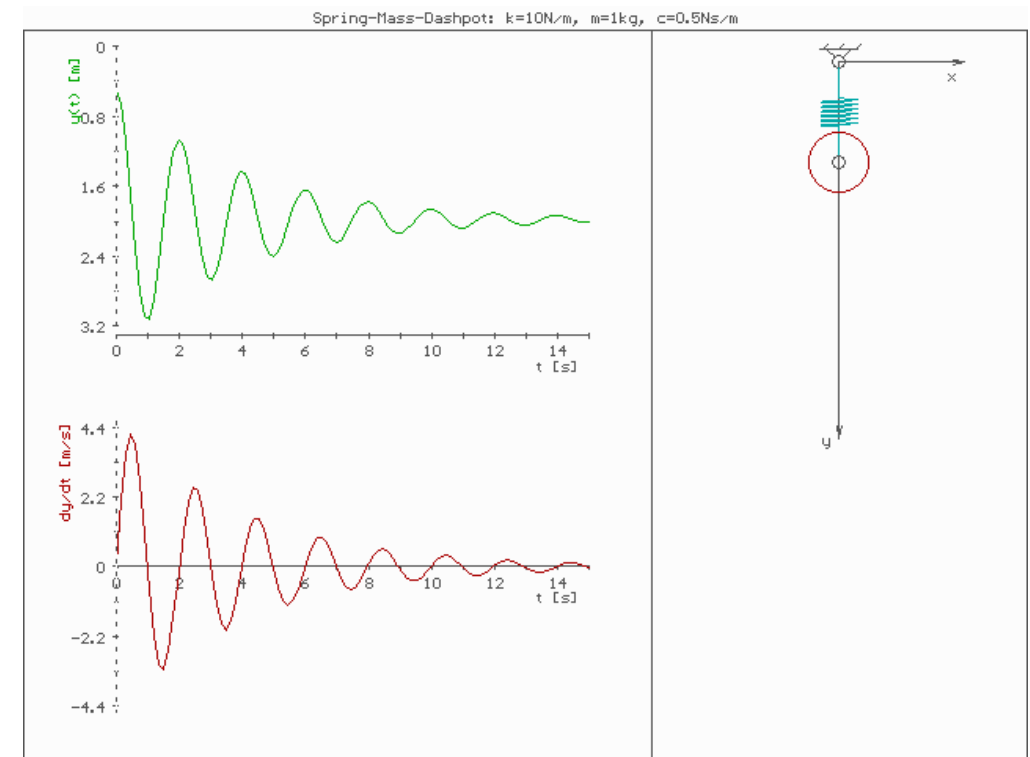
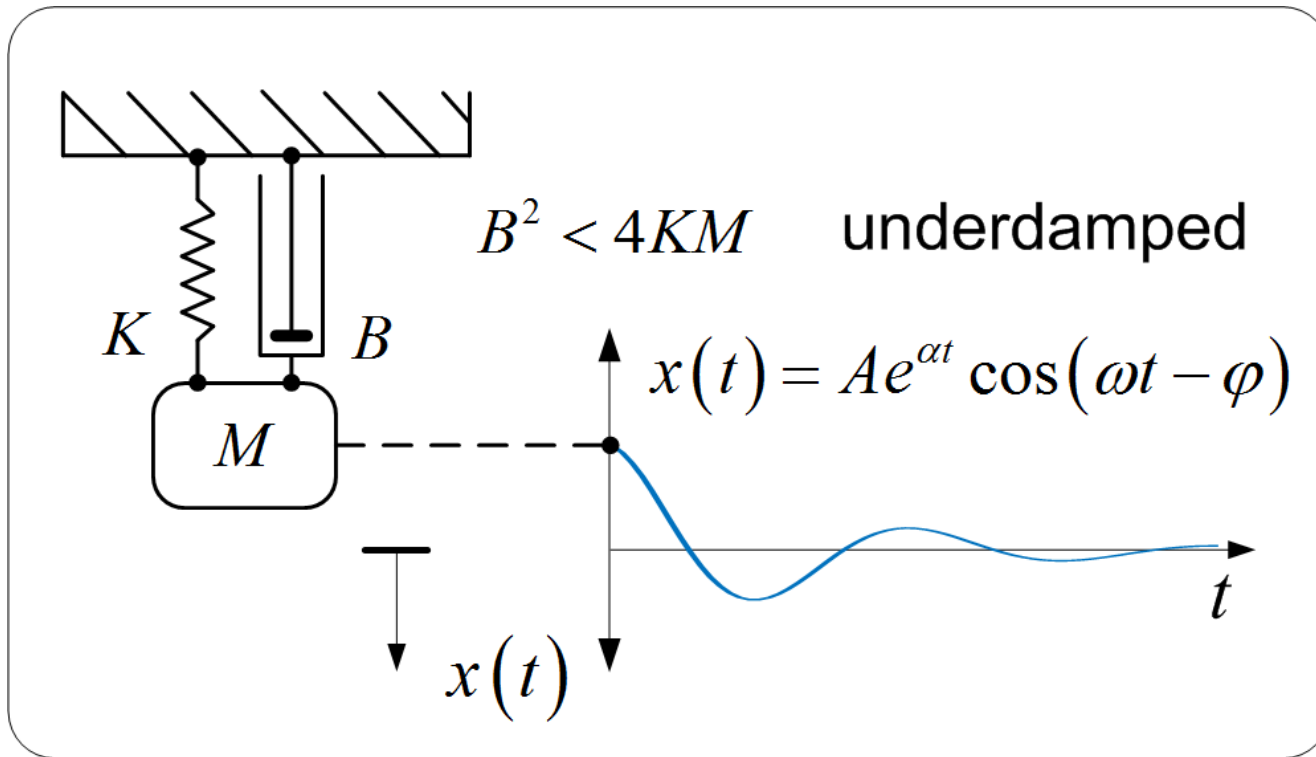
Jika nilai ζ :

- ($0 < \zeta < 1$) maka pole loop tertutup merupakan konjugar kompleks dan berada pada bidang s sebelah kiri $\rightarrow$ sistem dikatakan dalam peredaman dan tanggapan peralihan berosilasi atau **underdamped**
- ($\zeta = 1$) maka sistem dikatakan teredam kritis atau **critically damped**
- ($\zeta > 1$) maka sistem dikatakan teredam lebih atau **overdamped**
- ($\zeta = 0$) maka respon transien tidak akan muncul/osilasi



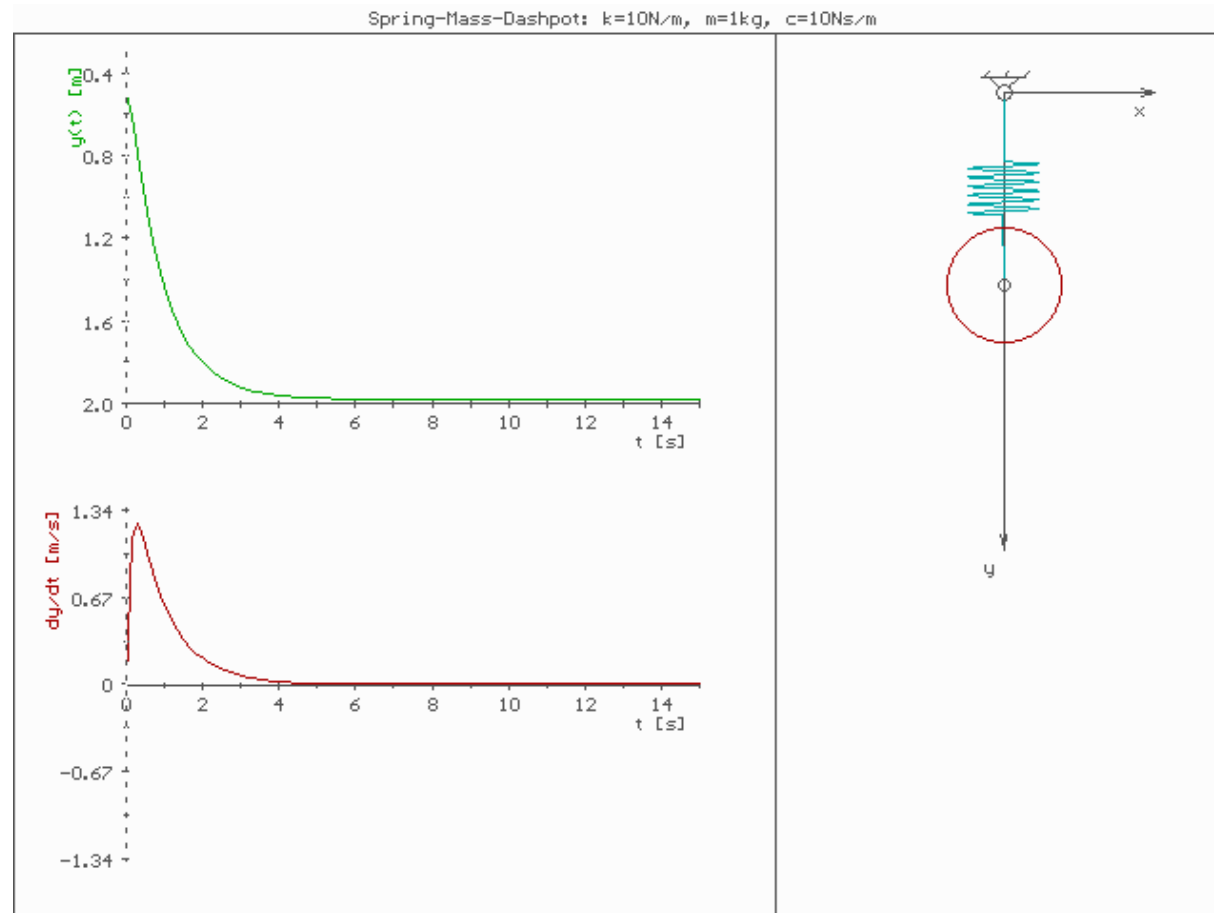
Contoh kasus sistem dengan redaman

Underdamped ($0 < \zeta < 1$)

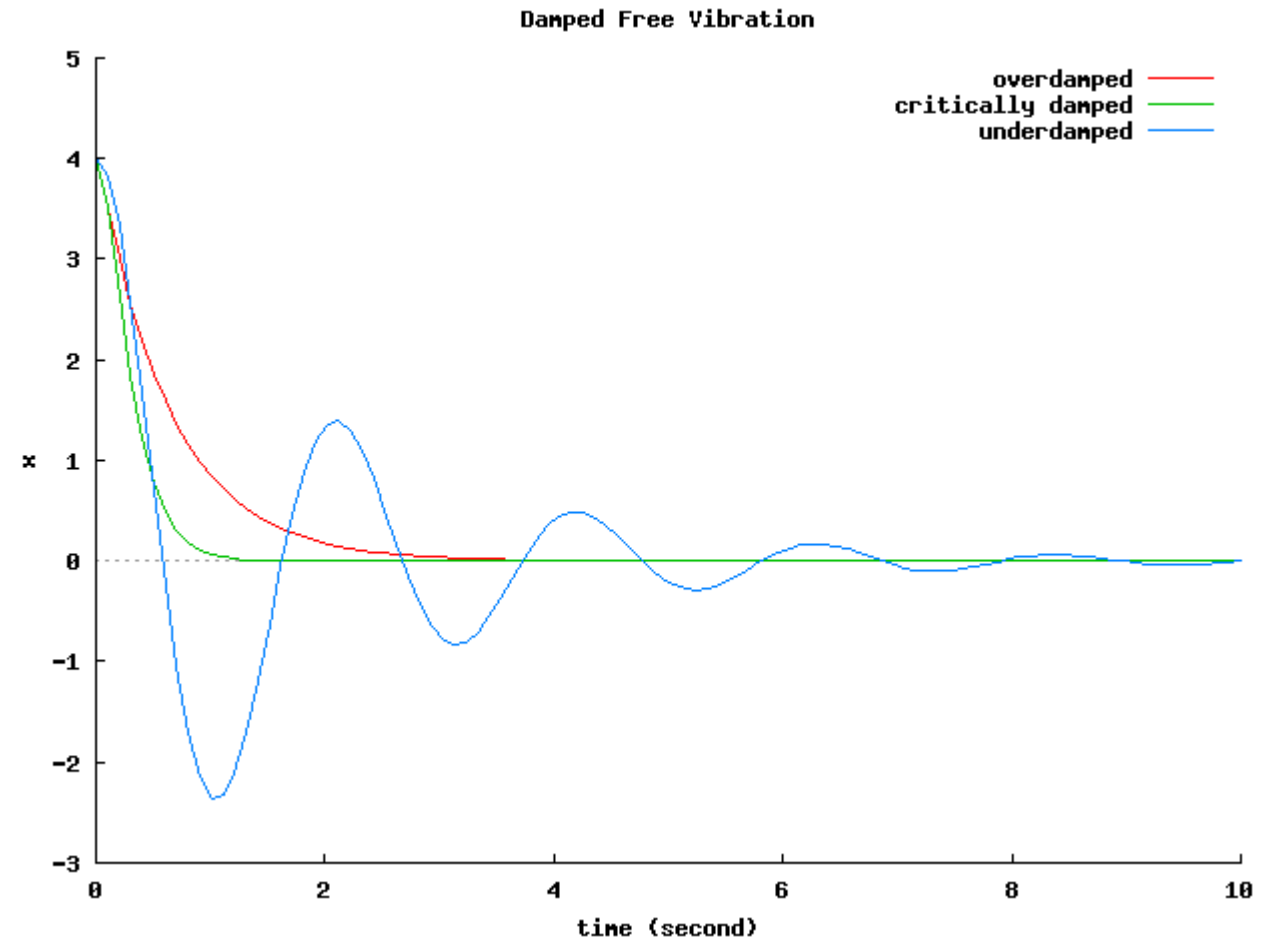
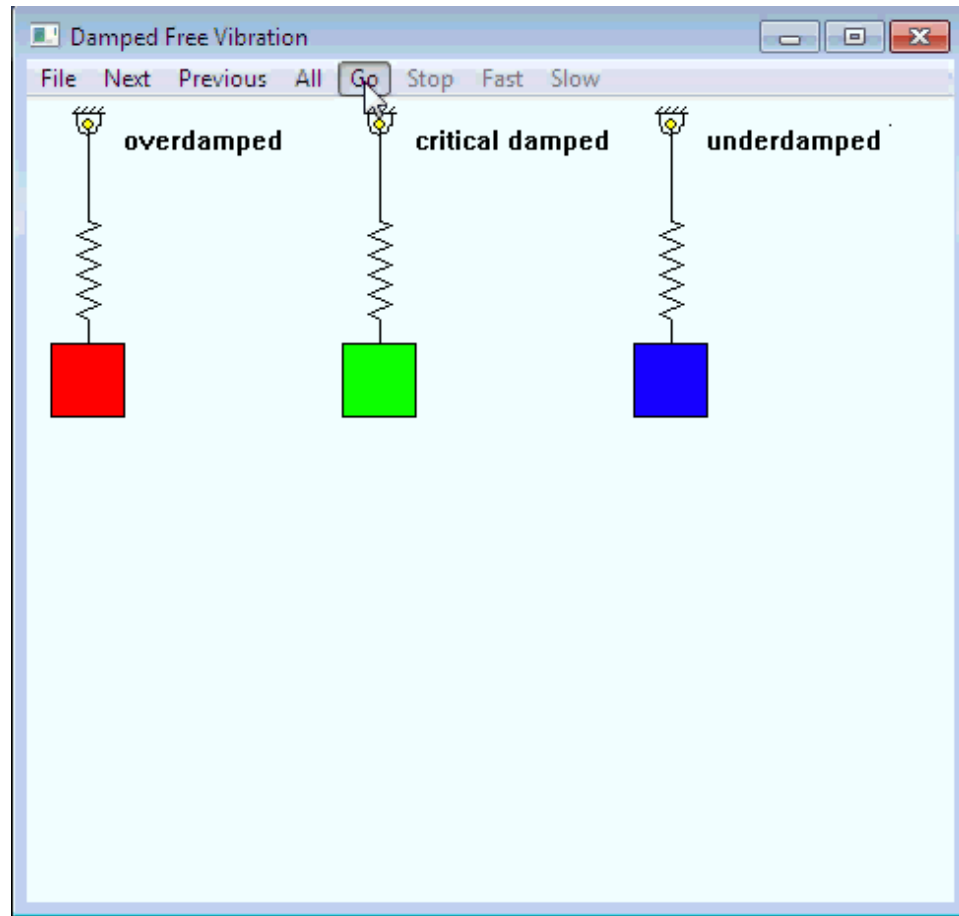


Contoh kasus sistem dengan redaman

Overdamped
($\zeta > 1$)



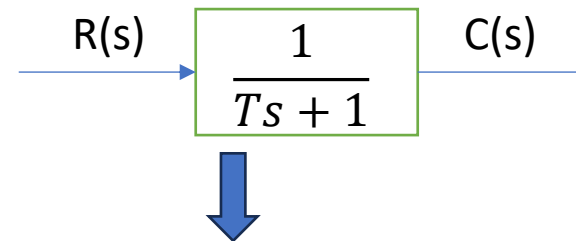
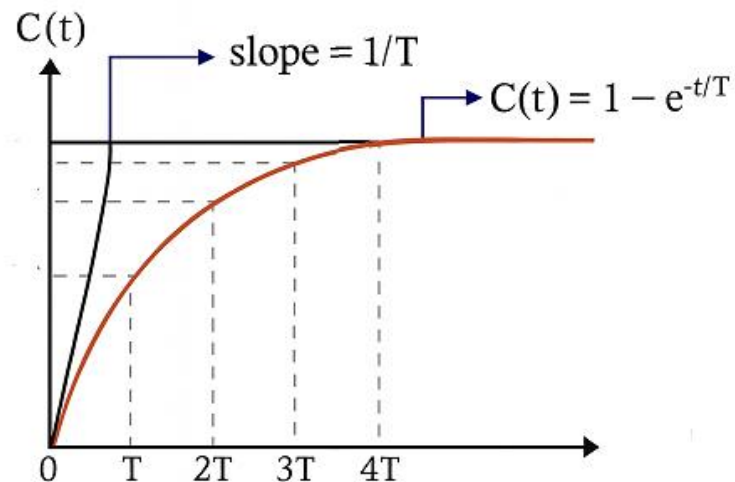
Karakteristik Dinamika Sistem Orde 2



Kriteria Performansi Sistem Orde 1 (Input Unit Step)

- Tanggapan peralihan sistem orde 1 terhadap masukan unit step

No	Kriteria	Simbol	Pengertian
1	Time Contant	T	Waktu yang diperlukan respon untuk mencapai 63,2% dari nilai akhir (jika input step maka nilai akhirnya 1)
2	Settling time	t_s	Waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai harga tertentu tetap dalam range nilai akhir (biasanya 5% atau 2%). Jika menggunakan kriteria 5% maka $t = 3T$



T Adalah Time Costant $\rightarrow$ diperoleh dari Fungsi alih
Semakin kecil nilai T maka respon sistem akan semakin cepat

Kriteria Performansi Sistem Orde 2(Input Unit Step)

- Tanggapan peralihan sistem orde 2 terhadap masukan unit step umumnya ditunjukkan dengan osilasi teredam sebelum mencapai keadaan mantap (steady state), hal ini juga menunjukkan bahwa sistem tersebut mempunyai rasio peredaman **Underdamped** ($0 < \zeta < 1$)

No	Kriteria	Simbol	Pengertian
1	Delay time (waktu tunda)	t_d	Waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai setengah harga akhir pada saat lonjakan pertama
2	Settling time	t_s	Waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai harga tertentu dan tetap dalam range nilai akhir (biasanya 5% atau 2%) → bebas memilih yang mana sesuai dengan keinginan engineer/sifat sistm
3	Peak time (waktu puncak)	t_p	Waktu yang dibutuhkan oleh respon untuk mencapai puncak pertama lonjakan maksimum
4	Maksimum overshoot	% Mp atau Mp	Merupakan nilai puncak kurva respon diukur dari nilai akhir (jika unit step maka nilai akhir = 1) $Mp = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$ dengan $c(t_p)$ = nilai respon pada lonjakan maksimum $c(\infty)$ = nilai respon pada saat keadaan mantap
5	Rise time (waktu naik)	t_r	Waktu yang dibutuhkan oleh respon agar bertambah dari 10% menjadi 90% dari nilai akhir

Tanggapan Peralihan/Respon Transien

- Sistem dengan tenaga tidak dapat memberikan tanggapan seketika dan akan menunjukkan tanggapan peralihan walaupun diberi masukan atau gangguan.
- Karakteristik unjuk kerja sistem control (**Kriteria Performansi**) dicirikan oleh suku tanggapan peralihan terhadap masukan unit step karena hal itu mudah dilakukan dan cukup drastis. Jika tanggapan terhadap masukan unit step diketahui, secara matematis dapat dihitung tanggapan untuk masukan yang lain.
- Dengan demikian, KRITERIA PERFORMANSI=karaktersitik unjuk kerja sistem control
- Kriteria performansi sistem dengan masukan unit step untuk orde 1 **berbeda** dengan sistem orde 2.

Studi Kasus

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 6s + 9}$$

Berapakah nilai rasio peredaman, frekuensi alamiah teredam, frekuensi alamiah tidak teredam, dan apakah sifat sistem redaman tersebut?

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Contoh Kasus

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 6s + 9}$$

- Berapakah nilai rasio peredaman, frekuensi alamiah teredam dan frekuensi alamiah tidak teredam, dan apakah sifat sistem redaman tersebut?

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 6s + 9}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$


$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{3^2}{s^2 + (2 \times 1 \times 3)s + 3^2}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\omega_n = \sqrt{9} = 3$$

$$2\zeta\omega_n = 6$$

$$2\zeta 3 = 6$$

$$\zeta = 6/6 = 1 \quad \text{Sehingga: } \omega_n = 3, \omega_d = 0, \zeta = 1 \rightarrow \textit{critically damped}$$

Tugas 1

Diketahui sistem orde dua dengan masing-masing fungsi alih berikut:

$$G(s) = \frac{NPM \text{ terakhir}}{s^2 + 8s + NPM \text{ terakhir}}$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 10s + 16}$$

Tentukan;

1. Rasio redaman (ζ)
2. Frekuensi alami tak teredam ω_n
3. Frekuensi alami teredam ω_d
4. Klasifikasi jenis redaman sistem (under/critically/over damped)

Terimakasih