

Naviatun Istiqomah

(2213022006)

Medan Elektromagnetik

TUGAS II

1. Tiga buah muatan titik q_1 , q_2 , dan q_3 yang masing-masing bermuatan $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ (positif), $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ (positif), dan $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ (negatif) terletak pada sebuah garis lurus. Jika jarak q_1 dan q_2 adalah 3m dan q_2 dan q_3 adalah 2m, hitung gaya elektrostatis yang dialami oleh q_1 !

Jawaban:

Diketahui:

$$\text{Muatan } q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C (positif)}$$

$$\text{Muatan } q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C (positif)}$$

$$\text{Muatan } q_3 = -5 \cdot 10^{-6} \text{ C (negatif)}$$

$$r_{12} = 3 \text{ m}$$

$$r_{13} = 2 \text{ m}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

Ditanya:

Gaya elektrostatis yang dialami oleh q_1 ?

Jawab:

- Gaya q_1 dan q_2 (tolak menolak)

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$F_{12} = 9 \cdot 10^9 \frac{(2 \cdot 10^{-6})(3 \cdot 10^{-6})}{r_{12}^2}$$

$$F_{12} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-12}}{3^2}$$

$$F_{12} = (9 \cdot 10^9)(6,67 \cdot 10^{-13})$$

$$F_{12} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ N (arahnya menjauhi } q_2)$$

- Gaya q_1 akibat q_3 (tarik menarik)

$$\begin{aligned} r_{13} &= r_{12} + r_{23} \\ &= 3 \text{ m} + 2 \text{ m} \\ &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$F_{13} = 9 \cdot 10^9 \frac{(2 \cdot 10^{-6})(-5 \cdot 10^{-6})}{5^2}$$

$$F_{13} = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \cdot 10^{-12}}{25}$$

$$F_{13} = (9 \cdot 10^9) (9 \cdot 10^{-15})$$

$$F_{13} = 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ N (arahnya menuju } q_3) \rightarrow \text{ke-kanan}$$

Kedua gaya arahnya berlawanan, maka

$$F_{\text{net}} = F_{13} - F_{12}$$

$$= 3.6 \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^{-3}$$

$$= -2.4 \cdot 10^{-3} \text{ N (arahnya ke kiri menjauhi } q_2)$$

2. Dua buah partikel bermuatan positif dan sama besar terpisah jarak $2.60 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ dilepaskan dari keadaan diam sesaat setelah dilepas partikel 1 yang bermassa $6.0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ bergerak dengan percepatan $4.6 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-2}$, sedangkan partikel 2 bergerak dengan percepatan $8.5 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-2}$.

Tentukan

- Besar muatan masing-masing partikel
- Massa partikel 2

Jawaban:

Diketahui:

$$r = 2.60 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$k = 9.0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

$$q_1 = 4.6 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

$$m_1 = 6.0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$$q_2 = 8.5 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

Ditanya:

a) Besar masing-masing partikel

b) Massa partikel 2

Jawab:

a) Besar masing-masing partikel

$$F = m_1 a_1$$

$$= 6,0 \cdot 10^{-2} \times 4,6 \cdot 10^{21}$$

$$= 0,276 \text{ N}$$

$$q = \sqrt{\frac{Fr^2}{k}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,276 \times (2,60 \cdot 10^{-9})^2}{9 \cdot 10^9}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,276 \times 6,76 \cdot 10^{-9}}{9 \cdot 10^9}}$$

$$= \sqrt{2,07 \cdot 10^{-19}}$$

$$q = 1,49 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

b) Massa partikel 2

. Gaya yang bekerja pada masing-masing partikel

$$F = m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$m_2 = \frac{F}{a_2}$$

$$m_2 = \frac{0,276}{4,6 \cdot 10^{21}}$$

Hubungan massa

$$m_2 = \frac{m_1 q_1}{q_2}$$

$$= \frac{6,0 \cdot 10^{-6} \times (4,6 \cdot 10^3 + 0)}{8,5 \cdot 10^3} = 3,25 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$m_2 = 3,25 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ jadi massa partikel 2 yaitu $3,25 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$

(nilai di atas) adalah massa partikel 2

3. Tentukan gaya yang dialami q_1 , jika

$$q_1 (-4,0,0) = 5 \text{ C}$$

$$q_2 (4,0,0) = 10 \text{ C}$$

$$q_3 (0,5,0) = 6 \text{ C}$$

Jawaban:

Diketahui:

$$q_1 (-4,0,0) = 5 \text{ C}$$

$$q_2 (4,0,0) = 10 \text{ C}$$

$$q_3 (0,5,0) = 6 \text{ C}$$

Ditanya:

Tentukan gaya yang dialami q_1 !

Jawab:

• Posisi dan jarak

q_1 di $(-9, 0, 0)$

q_2 di $(4, 0, 0) \rightarrow$ jarak $r_{12} = 8 \text{ m}$

q_3 di $(0, 5, 0) \rightarrow$ jarak $r_{13} = \sqrt{[(0+9)^2 + (5-0)^2]} = \sqrt{(16+25)} = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ m}$

• Gaya dari q_2 terhadap q_1

Keduanya positif, jadi tolak-menolak (arah ke kiri)

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \times \frac{5 \times 10}{8^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \times \frac{50}{64}$$

$$= 7,03 \cdot 10^9 \text{ N (ke kiri)}$$

• Gaya dari q_3 terhadap q_1

Keduanya positif, jadi tolak-menolak

$$F_{13} = 9 \cdot 10^9 \times \frac{5 \times 6}{(6,4)^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \times \frac{30}{40,96}$$

$$= 6,59 \cdot 10^9 \text{ N}$$

Arah dari $q_3 (0,0)$ ke $q_1 (-4,0)$: vektor = $(-4, -5)$

$$\text{Unit vektor} = (-4/6,4, -5/6,4) = (-0,625, -0,781)$$

Komponen gaya:

$$F_{13x} = 6,59 \cdot 10^9 (-0,625) = -4,12 \cdot 10^9$$

$$F_{13y} = 6,59 \cdot 10^9 (-0,781) = -5,15 \cdot 10^9$$

• Resultan gaya

Sumbu x:

$$F_x = (-7,03 \cdot 10^9) + (-4,12 \cdot 10^9) = -11,15 \cdot 10^9$$

Sumbu y:

$$F_y = -5,15 \cdot 10^9$$

Besar gaya:

$$F_{\text{total}} = \sqrt{(11,15 \cdot 10^9)^2 + (5,15 \cdot 10^9)^2} \approx 12,3 \cdot 10^9 \text{ N}$$

Arahnya:

$$\tan \theta = \frac{5,15}{11,15} \Rightarrow \theta \approx 29,5^\circ \text{ ke bawah sumbu -x}$$

4. Tiga partikel bermuatan terdistribusi sebagai berikut:

$$q_1 (0, 5, 0) = 10 \text{ C (positif)}$$

$$q_2 (5, 5, 0) = 5 \text{ C (positif)}$$

$$q_3 (0, 5, 5) = -10 \text{ C (negatif)}$$

Tentukan gaya yang dialami oleh q_3 !

Jawaban:

Diketahui:

$$q_1 (0, 5, 0) = 10 \text{ C (positif)}$$

$$q_2 (5, 5, 0) = 5 \text{ C (positif)}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$q_3 (0, 5, 5) = -10 \text{ C (negatif)}$$

Ditanya:

Gaya total yang dialami oleh q_3 ?

Jawab:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{(10)(-10)}{5^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{-100}{25}$$

$$= -3,6 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$\vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3$$

$$= (5, 0, -5)$$

$$r_{23} = \sqrt{(5-0)^2 + (5-5)^2 + (0-5)^2}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 7.07 \text{ m}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r^2}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{(5)(-10)}{50}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{-50}{50}$$

$$= -9 \cdot 10^9 \text{ N}$$

5. Berapa gaya yang dialami muatan $q = 10 \text{ C}$ di $(0,0,0)$ karena pengaruh muatan

$$q_1 = 2 \text{ C di } (0,2,0)$$

$$q_2 = 5 \text{ C di } (0,2,2)$$

$$q_3 = 4 \text{ C di } (2,2,0)$$

$$q_4 = -5 \text{ C di } (2,2,2)$$

Jawaban:

Diket:

$$q_1 = 2 \text{ C di } (0,2,0)$$

$$q_2 = 4 \text{ C di } (2, 2, 0)$$

$$q_3 = 5 \text{ C di } (0, 2, 2)$$

$$q_4 = -5 \text{ C di } (2, 2, 2)$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

$$q = 10 \text{ C di } (0, 0, 0)$$

Ditanya: $F_{\text{total}} = \dots ?$

Jawab:

$$q_1 = 2 \text{ C di } (0, 2, 0)$$

$$r = 2,0 \text{ m}$$

$$F_1 = k \frac{q q_1}{r^2}$$

$$F_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \times 2}{4}$$

$$F_1 = 9 \cdot 10^9 \times 5$$

$$F_1 = 4,5 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$q_2 = 4 \text{ C di } (2, 2, 0)$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} \approx 2,8284 \text{ m} \rightarrow r^2 = 8,0 \text{ m}$$

$$F_2 = k \frac{q q_2}{r^2}$$

$$F_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \times 9}{8}$$

$$F_2 = 9 \cdot 10^9 \times 5$$

$$F_2 = 4,50 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$\bullet q_3 = 5 \text{ C di } (0,2,2)$$

$$r = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} \approx 2,828 \rightarrow r^2 = 8,0 \text{ m}$$

$$F_3 = k \frac{q q_3}{r^2}$$

$$F_3 = 9 \cdot 10^9 \frac{10 \times 5}{8}$$

$$F_3 = 9 \cdot 10^9 \times 6,25$$

$$F_3 = 5,625 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$\bullet q_4 = -5 \text{ C di } (2,2,2)$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{12} \approx 3,464 \rightarrow r^2 = 12,0 \text{ m}$$

$$F_4 = k \frac{q q_4}{r^2}$$

$$F_4 = 9 \cdot 10^9 \frac{(10)(-5)}{12}$$

$$F_9 = -3,75 \cdot 10^{10}$$

Komponen F_1, F_2, F_3 , dan F_4 :

• Komponen $F_1 = (0, -9,500000000 \cdot 10^{10}, 0) \text{ N}$

• Komponen $F_{2x} = -3,18198051 \cdot 10^{10} \text{ N}$

$$F_{2y} = -3,18198051 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{2z} = 0$$

• Komponen $F_{3x} = -3,977475 \cdot 10^{10} \text{ N}$

$$F_{3y} = -3,977475 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{3z} = -3,977475 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

• Komponen $F_{4x} = 2,16506350 \cdot 10^{10} \text{ N}$

$$F_{4y} = 2,16506350 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{4z} = 2,16506350 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

Komponen dijumlahkan:

$$F_x = -1,01691700 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$F_y = -9,49439265 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

$$F_z = -1,81241213 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

Besarnya:

$$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(1,01691700 \cdot 10^{10})^2 + (-9,49439265 \cdot 10^{10})^2 + (-1,81241213 \cdot 10^{10})^2}$$

$$= 9,7191794 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

kuat elastisitasnya pada suhu normal.

Gaya total yang diperoleh:

$$F_{\text{tot}} = F_x + F_y + F_z$$

$$= (-1,01691700 \cdot 10^{10} \hat{i} - 9,99439265 \cdot 10^{10} \hat{j},$$

$$-1,81441213 \cdot 10^{10} \hat{k})$$

hasilnya sama dengan sebelumnya.

$$F = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1} = 1$$

6. Ada tiga muatan seperti pada gambar berikut:

:(gambar menunjukkan muatan q, 2q, dan 3q)

$$F = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1} = 1$$

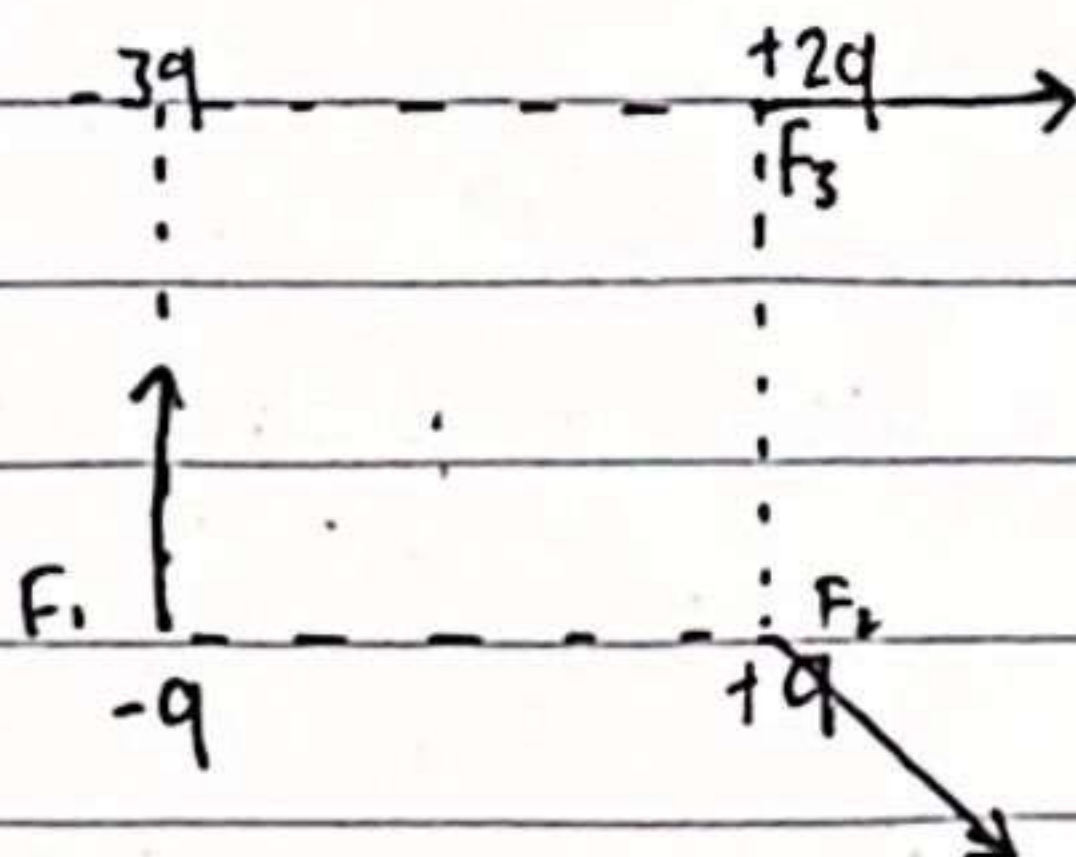
$$F = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1} = 1$$

a. Gambar gaya-gaya pada muatan 3q

Jawaban:

:(gambar menunjukkan muatan q, 2q, dan 3q)

$$F = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1} = 1$$



• Gaya dari $-q$, keduanya sama-sama negatif $\rightarrow$ tolak menolak.

Gaya tolak dari $-q$ ke arah atas.

• Gaya dari $+q$, muatan berbeda tanda

$\rightarrow$ tarik menarik.

Gaya tarik dari $+q$ ke arah kanan bawah



PAPERLINE

(arah diagonal 45°) :

• Gaya dari $+2q$, muatan berbeda tanda

→ tarik menarik

Gaya tarik dari $+2q$ ke kanan

b. Hitung besar gaya tersebut

Jawaban:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

• Gaya F_1 (dari $-q$ di bawah kiri):

$$F_1 = k \frac{|-3q \times -q|}{r^2}$$

$$F_1 = k \frac{3q^2}{r^2}$$

• Gaya F_2 (dari $+q$ kanan bawah):

$$F_2 = k \frac{|-3q \times +q|}{(r\sqrt{2})^2}$$

$$F_2 = k \frac{3q^2}{2r^2}$$

• Gaya F_3 (dari $+2q$ di kanan atas):

$$F_3 = k \frac{|-3q \times + 2q|}{r^2}$$

$$F_3 = k \frac{6q^2}{r^2}$$

(Dio) Hitung ib. Hitung medan listrik pada titik tersebut.

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \text{medan}$$

$$\vec{E} = \left(\frac{kq}{a^2\sqrt{2}} + \frac{kq}{a^2\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{kq}{a^2\sqrt{2}} - 0 \right) = \text{medan}$$

c. Hitung medan listrik pada titik tersebut

Jawaban:

$$\bullet -3q \ (0,a)$$

$$\bullet -q \ (0,0)$$

$$\bullet 2q \ (a,0)$$

1.1.1

$$E = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{\frac{kq}{a^2}} = E$$

$$\bullet E_1 = k \frac{|-q|}{a^2} = k \frac{q}{a^2}$$

$$\vec{E}_1 = -\frac{kq}{a^2} \hat{y}$$

Medan listrik $(0,a)$ akibat $-q$ di $(0,0)$

Hitung pada potensial listrik pada titik itu.

• Jarak antara $(a,0)$ dan $(0,a)$:

$$r_2 = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$E_2 = k \frac{2q}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{2q}{2a^2} = k \frac{q}{a^2}$$

$$\hat{r}_2 = \frac{(-a, +a)}{a\sqrt{2}} = \frac{-\hat{x} + \hat{y}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \hat{r}_2 = \frac{kq}{a^2} \frac{(-\hat{x} + \hat{y})}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{kq}{a^2\sqrt{2}} (-\hat{x} + \hat{y})$$

Medan listrik di $(0,a)$

akibat $2q$ di $(a,0)$



- Jumlahkan vektor medan listrik di titik (0,a)

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_{\text{total}} = \left(0 - \frac{kq}{a^2\sqrt{2}}\right)\hat{x} + \left(-\frac{kq}{a^2} + \frac{kq}{a^2\sqrt{2}}\right)\hat{y}$$

$$\vec{E}_{\text{total}} = -\frac{kq}{a^2\sqrt{2}}\hat{x} + \frac{kq}{a^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right)\hat{y}$$

- d. Hitung besar medan listrik pada titik tersebut.

Jawab:

$$E = \frac{kq}{a^2} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$E = \frac{kq}{a^2} \sqrt{1 + \sqrt{2}} \approx 1.898 \frac{kq}{a^2}$$

- e. Hitung pula potensial listrik pada titik itu.

Jawab:

$$V = k \left(\frac{-q}{r_{CA}} + \frac{2q}{r_{CB}} \right) = k \left(\frac{-q}{a} + \frac{2q}{a\sqrt{2}} \right) = k \frac{q}{a} \left(-1 + \frac{2}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= k \frac{q}{a} (-1 + \sqrt{2})$$

9. Sebuah batang panjangnya L , rapat muatan persatuan panjang adalah λ :

Hitung:

a. Kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat.

Jawaban: ...

Diket:

Panjang batang = L

Rapat muatan per satuan panjang = λ

Ditanya:

Kuat Medan listrik (E) di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat?

Jawab:

$$dq = \lambda dx$$

• Medan listrik kecil di titik P oleh muatan dq :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(x+z)^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x+z)^2}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x+z)^2}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z+L} \right)$$

b. Kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di tengah-tengah kawat.

Jawaban:

Misal kawat berada dari $x = -\frac{L}{2}$ sampai $x = +\frac{L}{2}$.

Titik P berada di luar kawat, jarak z dari pusat.

Medan listrik:

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z - \frac{L}{2}} - \frac{1}{z + \frac{L}{2}} \right)$$

g. Hitung medan listrik pada bola konduktor dengan rapat muatan σ dan jari-jari R .

Jawaban:

Diketahui:

Rapat muatan σ

Jari-jari konduktor = R

Ditanya:

Hitung medan listrik?

Jawab:

• Di dalam bola konduktor ($r < R$) medan listrik bernilai nol:

$$\vec{E}(r) = 0 \quad (r < R)$$

• Di luar bola ($r \geq R$), total muatan bola adalah $Q = 6 \cdot 4\pi R^2 \rho$

Jadi medan di jarak r dari pusat yaitu:

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{6 \cdot 4\pi R^2 \rho}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{6R^2 \rho}{\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

• Khusus di permukaan $r = R$ nilainya $E(R) = \frac{6}{\epsilon_0} \rho$ (ke luar jika $\rho > 0$).

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{6R^2 \rho}{\epsilon_0 r^2} \hat{r} & r \geq R \end{cases}$$

9. Bila kuat medan listrik $\vec{E} = kr^3 \hat{r}_0$ dalam koordinat bola, dengan

$k = \text{konstan}$.

a. Hitung rapat muatannya.

Jawaban:

Diketahui: $E = kr^3 \hat{r}_0$ dalam koordinat bola

$k = \text{konstan}$

Ditanya: $\rho = \dots ?$

Jawab:

Menggunakan Hukum Gauss divergensi $E_r = kr^3$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E_r)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \cdot kr^3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} (5kr^4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2$$

Sehingga:

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = 5kr^2$$

$$\rho = 5\epsilon_0 kr^2$$

b. Cari muatan total yang terdapat dalam suatu bola dengan jari-jari R berpusat di O .

Jawaban:

Muatan total dalam jari-jari R :

$$Q = \int_V \rho dv$$



dalam koordinat bola:

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$Q = \int_0^R \rho 4\pi r^2 dr$$

$$Q = \int_0^R (\epsilon_0 k r^2) (4\pi r^2) dr$$

$$Q = 20\pi\epsilon_0 k \int_0^R r^4 dr$$

$$Q = 20\pi\epsilon_0 k \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R$$

$$Q_{\text{total}} = 4\pi\epsilon_0 k R^5$$