

Medan Elektromagnetik

Tugas 11

1. Tiga buah muatan titik q_1, q_2 , dan q_3 yang masing-masing bermuatan $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ (positif), $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ (positif) dan $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ (negatif) terletak pada sebuah garis lurus. Jika jarak q_1 dan q_2 adalah 3m dan q_2 dan q_3 adalah 2m, hitung gaya elektrostatis yang dialami oleh q_1 !

Jawab:

Diketahui:

- $q_1 = 2 \times 10^{-6}$ (positif)
- $q_2 = 3 \times 10^{-6}$ (positif)
- $q_3 = -5 \times 10^{-6}$ (negatif)
- $r_{12} = 3 \text{ m}$
- $r_{23} = 2 \text{ m}$
- $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Ditanya: Gaya elektrostatis yg dialami oleh q_1 ?

Jawab:

- Gaya pada q_1 akibat q_2 (tolak menolak)

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$F_{12} = 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-6})(3 \times 10^{-6})}{3^2}$$

$$F_{12} = 9 \times 10^9 \frac{6 \times 10^{-12}}{9}$$

$$F_{12} = (9 \times 10^9)(6,67 \times 10^{-13})$$

$$F_{12} = 6 \times 10^{-3} \text{ N (menjauhi } q_2)$$

- Gaya pada q_1 akibat q_3 (tarik menarik)

$$r_{13} = r_{12} + r_{23} = 3 \text{ m} + 2 \text{ m} = 5 \text{ m}$$

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$F_{13} = 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-6})(-5 \times 10^{-6})}{5^2}$$

$$F_{13} = 9 \times 10^9 \frac{10 \times 10^{-12}}{25}$$

$$F_{13} = (9 \times 10^9)(4 \times 10^{-13})$$

$$F_{13} = 3,6 \times 10^{-3} \text{ N (Menuju } q_3)$$

Karena kedua gaya tersebut berlawanan arah

maka

$$F_{\text{net}} = F_{13} - F_{12}$$

$$F_{\text{net}} = 3,6 \times 10^{-3} - 6 \times 10^{-3}$$

$$F_{\text{net}} = -2,4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Ke kiri. (menjauhi q2)

2. Dua buah partikel bermuatan positif dan sama besar terpisah jarak $2,60 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ dilepaskan dari keadaan diam. Sesaat setelah dilepas partikel 1 yang bermassa $6,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ bergerak dengan percepatan $4,6 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-2}$, Sedangkan partikel 2 bergerak dgn percepatan $8,5 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-2}$. Tentukan
- Besar muatan masing-masing partikel
 - Massa partikel 2

Jawab :

Diketahui :

$$r = 2,60 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$m_1 = 6,0 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

$$a_1 = 4,6 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

$$a_2 = 8,5 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

$$k = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Jawab :

- a) Besar muatan masing-masing partikel q

$$F = m_1 a_1$$

$$F = (6,0 \times 10^{-6}) (4,6 \times 10^3)$$

$$F = 0,0276 \text{ N}$$

$$q = \sqrt{\frac{Fr^2}{k}}$$

$$q = \sqrt{\frac{(0,0276)(2,60 \times 10^{-2})^2}{9,0 \times 10^9}}$$

$$q = \sqrt{\frac{(0,0276)(6,76 \times 10^{-4})}{9,0 \times 10^9}}$$

$$q = \sqrt{\frac{1,866 \times 10^{-5}}{9,0 \times 10^9}}$$

$$q = \sqrt{2,0733 \times 10^{-15}}$$

$$q = 4,55 \times 10^{-8} \text{ C (untuk setiap partikel, sama besar)}$$

b. Massa partikel 2 (m_2)

Karena gaya sama $m_1 a_1 = m_2 a_2$

maka

$$m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2}$$

$$m_2 = \frac{(6,0 \times 10^{-6})(4,6 \times 10^3)}{8,5 \times 10^3}$$

$$m_2 = \frac{0,0276}{8,5 \times 10^3}$$

$$m_2 = 3,25 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

3. Tentukan gaya yang dialami q_1 , jika :

$$q_1 (4, 0, 0) = 5 \text{ C}$$

$$q_2 (4, 0, 0) = 10 \text{ C}$$

$$q_3 (0, 5, 0) = 6 \text{ C}$$

Jawab :

Diketahui :

$$q_1 (-4, 0, 0) = 5 \text{ C}$$

$$q_2 (4, 0, 0) = 10 \text{ C}$$

$$q_3 (0, 5, 0) = 6 \text{ C}$$

$$k = 9 \times 10^9$$

Hitung gaya dari q_2 dan q_3 terhadap q_1 .

$$\bullet F_{12} = \dots$$

$$r_{12} = 8 \text{ m}$$

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(5)(10)}{8^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{50}{64}$$

$$F_{12} = 7.03 \times 10^9 \text{ N ke kiri (menolak)}$$

$$\bullet \therefore r_{13} = \sqrt{(0+4)^2 + (5-0)^2}$$

$$= \sqrt{41}$$

$$= 6.4 \text{ m}$$

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(5)(6)}{6.4^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{30}{41}$$

$$F_{13} = 6.59 \times 10^9 \text{ N (diagonal ke kanan atas)}$$

4. Tiga Partikel bermuatan terdistribusi sebagai berikut:

$$q_1 (0,5,0) = 10 \text{ C}$$

$$q_2 (5,5,0) = 5 \text{ C}$$

$$q_3 (0,5,5) = -10 \text{ C}$$

Tentukan gaya yang dialami oleh q_3 !

Jawab :

Diketahui :

$$q_1 (0,5,0) = 10 \text{ C}$$

$$q_2 (5,5,0) = 5 \text{ C}$$

$$q_3 (0,5,5) = -10 \text{ C}$$

$$r_{13} = 5 \text{ m}$$

$$k = 9 \times 10^9$$

Ditanya : F_3 ?

$$\begin{aligned} F_{13} &= k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{(10)(-10)}{5^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{-100}{25} \end{aligned}$$

$$F_{13} = -3.6 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_{23} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_3 \\ &= (5, 0, -5) \\ r_{23} &= \sqrt{(5-0)^2 + (5-5)^2 + (0-5)^2} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 7,07 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{23} &= k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{(5)(-10)}{50} \\ &= 9 \times 10^9 \frac{-50}{50} \\ F_{23} &= -9 \times 10^9 \text{ N} \end{aligned}$$

5. Berapa gaya yang dialami muatan $q = 10\text{C}$ di $(0,0,0)$ karena pengaruh muatan

$$q_1 = 2\text{C di } (0,2,0)$$

$$q_2 = 4\text{C di } (2,2,0)$$

$$q_3 = 5\text{C di } (0,2,2)$$

$$q_4 = -5\text{C di } (2,2,2)$$

Jawab :

Diketahui :

$$q_1 = 2\text{C di } (0,2,0)$$

$$q_2 = 4\text{C di } (2,2,0)$$

$$q_3 = 5\text{C di } (0,2,2)$$

$$q_4 = -5\text{C di } (2,2,2)$$

$$k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

$$q = 10\text{C di } (0,0,0)$$

Ditanya : F_{tot} ?

$$\bullet q_1 = 2\text{C di } (0,2,0)$$

$$r = 2.0\text{m}$$

$$F_1 = k \frac{qq_1}{r^2}$$

$$F_1 = 9 \times 10^9 \frac{(10)(2)}{2^2}$$

$$F_1 = 9 \times 10^9 \frac{(20)}{4}$$

$$F_1 = 9 \times 10^9 \cdot 5$$

$$F_1 = 4.5 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$\bullet q_2 = 4\text{C di } (2,2,0)$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$\approx 2.8284\text{m}$$

$$r^2 = 8.0\text{m}$$

$$F_2 = k \frac{qq_2}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(10)(4)}{8}$$

$$= 9 \times 10^9 \cdot 5$$

$$F_2 = 4.5 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$\bullet q_3 = 5\text{C di } (0,2,2)$$

$$r = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2.828\text{m}$$

$$r^2 = 8.0\text{m}$$

$$F_3 = k \frac{qq_3}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(10)(5)}{8}$$

$$= 9 \times 10^9 \cdot 6.25$$

$$= 5.625 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad q_4 &= -5 \text{ di } (2, 2, 2) \\
 r &= \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2} \\
 &= \sqrt{12} \\
 &= 3.464 \\
 r^2 &= 12.0 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_4 &= k \frac{q_1 q_4}{r^2} \\
 &= 9 \times 10^9 \frac{(10)(-5)}{12} \\
 &= 3.75 \times 10^{10} \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\text{komponen } F_1 = (0, -4.500000000 \times 10^{10}, 0) \text{ N}$$

$$\text{komponen } F_{2x} = -3.18198051 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{2y} = -3.18198051 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{2z} = 0$$

$$\text{komponen } F_{3x} = 0$$

$$F_{3y} = -3.977475 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{3z} = -3.977475 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$\text{komponen } F_{4x} = 2.16506350 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{4y} = 2.16506350 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_{4z} = 2.16506350 \times 10^{10} \text{ N}$$

penjumlahan komponen

$$F_x = -1.01691700 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_y = -9.49439265 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$F_z = -1.81241213 \times 10^{10} \text{ N}$$

Faktor gaya total

$$F_{\text{total}} = (-1.01691700 \times 10^{10} \hat{i}, -9.49439265 \times 10^{10} \hat{j}, -1.81241213 \times 10^{10} \hat{k})$$

Besar gaya

$$\begin{aligned}
 |F| &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\
 &= 9.7191794 \times 10^{10} \text{ N}
 \end{aligned}$$

7. Sebuah batang panjangnya L , rapat muatan per satuan panjang adalah λ . Hitung :
- kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat
 - kuat medan listrik pada titik P yang berjarak z di tengah-tengah kawat.

Jawab :

Diketahui :

Panjang batang = L

Rapat muatan linear = λ

a. Titik P berjarak z di atas ujung kawat

Misal batang bermuatan terletak sepanjang sumbu $-x$ dari $x=0$

sampai $x=L$. Titik P berada pada $x=-z$

$$dq = \lambda dx$$

jarak antara dq dan P :

$$r = x + z$$

Maka kuat medan listrik

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x+z)^2}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x+z)^2}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{x+z} \right]_0^L$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{L+z} \right)$$

b. Titik P berjarak z dari tengah-tengah kawat

Misal kawat terbentang dari $x = -L/2$ sampai $x = +L/2$

Titik P berada tegak lurus pada jarak z dari tengah

$$dq = \lambda dx$$

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$dE_y = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{z}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda z dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_{-L/2}^{L/2}$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{L/2}{z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} - \frac{-L/2}{z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} \right)$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{L}{z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} \right)$$

$$E = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$

8. Hitung medan listrik pada bola konduktor dengan rapat muatan σ dan jari-jari R

Jawab :

Diketahui :

σ = rapat muatan permukaan (C/m^2)

R = jari-jari bola konduktor (m)

$Q = \sigma \cdot \text{luas permukaan} = \sigma \cdot 4\pi R^2$

Ditanya : $E(r)$? (Medan listrik didalam dan diluar bola konduktor)

Jawab :

$$\oint_{\text{Gauss}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

- Untuk daerah didalam bola konduktor ($r < R$)

$$Q_{\text{enc}} = 0$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = 0 \rightarrow E(r) = 0 \quad (r < R)$$

didalam bola konduktor tidak ada medan listrik

- Untuk daerah diluar bola konduktor ($r > R$)

$$Q = 4\pi R^2 \sigma$$

menggunakan hukum gauss

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 \epsilon_0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\begin{aligned} E(r) &= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{4\pi R^2 \sigma}{4\pi \epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \quad (r > R) \end{aligned}$$

Arah medan listrik radial keluar jika $\sigma > 0$

- tepat dipermukaan bola $r = R$

$$E_{\text{luar}} - E_{\text{dalam}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_{\text{dalam}} = 0$$

$$E_{\text{permukaan}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Jadi

$$E(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} & \text{dan } Q = 4\pi R^2 \sigma \\ & r > R \end{cases}$$

- g. Bila kuat medan listrik $E = kr^5 \hat{r}_0$ dalam koordinat bola, dgn $k = \text{konstan}$
 a. Hitung rapat muatannya
 b. cari muatan total yang terdapat dalam suatu bola dgn jari-jari R berpusat di 0

Jawab :

Diketahui :

$$E = kr^5 \hat{r}_0 \text{ dalam koordinat bola}$$

$k = \text{konstanta}$

Ditanya : a) ρ ?

b) Q_{total} ?

Jawab :

a. Menggunakan hukum gauss (divergensi) $E_r = kr^3$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E_r)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \cdot kr^3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} (5kr^4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2$$

maka

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = 5kr^2$$

$$\rho = 5\epsilon_0 kr^2$$