Nama : Nadia Agustina

Npm : 2213022009

Matkul : Medan Elektromagnetik

Tugas II

1. Tiga buah muatan titik q_1, q_2, dan q_3 yang masing" bermuatan 2.10^{-6} C (positif), 3.10^{-6} C (positif) dan -5.10^{-6} C (negatif) terletak pada sebuah garis lurus. Jika jarak q_1 dan q_2 adalah 3m dan q_2 dan q_3 adalah 2m, hitung gaya elektrostatika yg dialami oleh q_1!

Jawab:

Diket:

- $q_1 = 2\times10^{-6}$ (positif)
- $q_2 = 3\times10^{-6}$ (positif)
- $q_3 = -5\times10^{-6}$ (negatif)
- $r_{12} = 3m$
- $r_{23} = 2m$
- $k = 9\times10^9\ Nm^2/C^2$.

Dit: Gaya elektrostatika yg dialami oleh q_1?

- Gaya pada q_1 akibat q_2 (tolak menolak).

$$F_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$f_{12} = 9\times10^9\ \frac{(2\times10^{-6})(3\times10^{-6})}{3^2}$$

$$f_{12} = 9\times10^9\ \frac{6\times10^{-6}}{3^2}$$

$$f_{12} = (9\times10^9)(6{,}67\times10^{-13})$$

$$f_{12} = 6\times10^{-3}\ N \quad \text{(menjauhi } q_2\text{)}.$$

- Gaya q_1 akibat q_3 (tarik menarik)

$$r_{13} = r_{12} + r_{23}$$
$$= 3m + 2m$$
$$= 5m$$

$$f_{13} = k\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$F_{13} = 9\times10^{9} \frac{(2\times10^{-6})(-5\times10^{-6})}{5^2}$$

$$F_{13} = 9\times10^{9} \frac{10\times10^{-12}}{25}$$

$$F_{13} = (9\times10^{9})(4\times10^{-13})$$

$$F_{13} = 3{,}6\times10^{-3}\ N \quad (\text{menuju } q_3)$$

Karena kedua gaya tersebut berlawanan arah maka:

$$F_{net} = F_{13} - F_{12}$$

$$F_{net} = 3{,}6\times10^{-3} - 6\times10^{-3}$$

$$F_{net} = -2{,}4\times10^{-3}\ N \quad (\text{kekiri menjauhi } q_2).$$

2. Dua buah partikel bermuatan positif dan sama besar terpisah jarak $2{,}60\cdot10^{-2}$ m dilepaskan dari keadaan diam sesaat setelah dilepas partikel 1 yang bermassa $6{,}0\times10^{-6}$ kg bergerak dengan percepatan $4{,}6\times10^{3}\ ms^{-2}$, sedangkan partikel 2 bergerak dg percepatan $8{,}5\times10^{3}\ ms^{-2}$. Tentukan:

a). Besar muatan masing" partikel.

b). Massa partikel 2.

Jawab:

Diket:

$r = 2{,}60\times10^{-2}$ m

$m_1 = 6{,}0\times10^{-6}$ kg

$a_1 = 4{,}6\times10^{3}$ m/s²

$a_2 = 8{,}5\times10^{3}$ m/s²

$k = 9{,}0\times10^{9}\ Nm^2/c^2$

a). Besar muatan masing" muatan q.

$$F = m_1 a_1$$

$$F = (6{,}0\times10^{-6})(4{,}6\times10^{3})$$

$$F = 0{,}0276\ N.$$

$$q = \sqrt{\frac{Fr^2}{K}}$$

$$q = \sqrt{\frac{(0{,}0276)(2{,}60 \times 10^{-2})^2}{9{,}0 \times 10^9}}$$

$$q = \sqrt{\frac{(0{,}0276)(6{,}76 \times 10^{-4})}{9{,}0 \times 10^9}}$$

$$q = \sqrt{\frac{1{,}866 \times 10^{-5}}{9{,}0 \times 10^9}}$$

$$q = \sqrt{2{,}0733 \times 10^{-15}}$$

$q = 4{,}55 \times 10^{-8}$ C (untuk setiap partikel, sama besar).

b). Masa partikel 2 (m_2)

karena gaya sama maka $= m_2 a_2$

maka :

$$m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2}$$

$$m_2 = \frac{(6{,}0 \times 10^{-6})(4{,}6 \times 10^3)}{8{,}5 \times 10^3}$$

$$m_2 = \frac{0{,}0276}{8{,}5 \times 10^3}$$

$$m_2 = 3{,}25 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

3. Tentukan gya yang dialami q_2. jika:

q_1 (-4,0,0) = 5c

q_2 (4,0,0) = 10c

q_3 (0,5,0) = 6c

Jawab :

Diket:

q_1 (-4,0,0) = 5C

q_2 (4,0,0) = 10C

q_3 (0,5,0) = 6C

$k = 9 \times 10^9$

Hitung gaya dari q_2 dan q_3 terhadap q_1

a. F_{12} :

$r_{12} = 8$ m

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(5)(10)}{8^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{50}{64}$$

$= 7.03 \times 10^9$ N arah sepanjang sumbu x → ke kiri (menaak)

b. F_{13}

$$r_{13} = \sqrt{(0+4)^2 + (5-0)^2}$$

$$= \sqrt{41}$$

$= 6.4$ m.

$$F_{13} = 9 k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(5)(6)}{6.4^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{30}{41}$$

$= 6.59 \times 10^9$ N arah dari q_1 ke q_3 → diagonal kanan atas.

4. Tiga partikel bermuatan terdistribusi sebagai berikut :

q_1 (0,5,0) = 10 C

q_2 (5,5,0) = 5 C

q_3 (0,5,5) = -10 C

Tentukan gaya yang dialami oleh q_3!

Jawab :

Diket :

q_1 (0,5,0) = 10 C

q_2 (5,5,0) = 5 C

q_3 (0,5,5) = -10C

r_{13} = 5m

k = 9×10^9

ditanya : F_3 ?

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(10)(-10)}{5^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{-100}{25}$$

$$= -3.6 \times 10^{10} \text{ N}$$

$$\vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3$$

$$= (5,0,-5)$$

$$r_{23} = \sqrt{(5-0)^2 + (5-5)^2 + (0-5)^2}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 7.07 \text{ m}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(5)(-10)}{50}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{-50}{50}$$

$$= -9 \times 10^9 \text{ N}$$

5. Berapa gaya yang dialami muatan $q = 10\ c$ di $(0,0,0)$ karena pengaruh muatan

$q_1 = 2\ c$ di $(2,0)$

$q_2 = 4\ c$ di $(2,2,0)$

$q_3 = 5\ c$ di $(0,2,2)$

$q_4 = -5\ c$ di $(2,2,2)$

Jawab:

Diket:

$q_1 = 2\ c$ di $(2,0)$

$q_2 = 4c$ di $(2,2,0)$

$q_3 = 5c$ di $(0,2,2)$

$q_4 = -5c$ di $(2,2,2)$

$k = 9 \times 10^9\ N \cdot m^2/c^2$

$q = 10\ c$ di $(0,0,0)$

ditanya : F_{tot}?

a. $q_1 = 2c$ di $(0,2,0)$

$r = 2.0m$

$$F_1 = k\frac{qq_1}{r^2}$$

$$F_1 = 9\times10^9 \quad \frac{(10)(2)}{4}$$

$$F_1 = 9\times10^9 \cdot 5$$

$$f_1 = 4.5 \times 10^{10}\ N.$$

b. $q_2 = 4c$ di $(2,2,0)$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} \approx 2.8284\ m$$

$$r^2 = 8.0\ m$$

$$F_2 = k\frac{qq_2}{r^2}$$

$$= 9\times10^9 \quad \frac{10 \cdot 4}{8}$$

$$= 9\times10^9 \cdot 5$$

$$= 4.50 \times 10^{10}\ N.$$

c. $q_3 = 5c$ di $(0,2,2)$

$$r = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2.828\ m$$

$$r^2 = 8.0\ m$$

$$F_3 = k\frac{qq_3}{r^2}$$

$$= 9\times10^9 \quad \frac{10 \cdot 5}{8}$$

$$= 9\times10^9 \times 6.25$$

$$= 5.625 \times 10^{10}\ N.$$

d. $q_4 = -5\ c$ di $(2,2,2)$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{12}$$

$$= 3.464$$

$$r^2 = 12.0\ m$$

$$F_4 = k\frac{qq_4}{r^2}$$

$$= 9\times10^9 \quad \frac{10(-5)}{12}$$

$$= -3.75 \times 10^{10}.$$

Komponen $f_1 = (0, -4.500000000 \times 10^{10}, 0)$ N

Komponen $F_{2x} = -3.18198051 \times 10^{10}$ N

$f_{2y} = -3.18198051 \times 10^{10}$ N

$f_{2z} = 0$

Komponen $F_{3x} = 0$

$f_{3y} = -3.977475 \times 10^{10}$ N

$f_{3z} = -3.977475 \times 10^{10}$ N

Komponen $F_{Ax} = 2.16506350 \times 10^{10}$ N

$F_{Ay} = 2.16506350 \times 10^{10}$ N

$F_{Az} = 2.16506350 \times 10^{10}$ N

Penjumlahan komponen

$F_x = -1.01691700 \times 10^{10}$ N

$F_y = -9.49439265 \times 10^{10}$ N

$F_z = -1.81241213 \times 10^{10}$ N

∴ Faktor gaya total

$F_{tot} = (-1.01691700 \times 10^{10}\,\hat{i}, -9.49439265 \times 10^{10}\,\hat{j}, -1.81241213 \times 10^{10}\,\hat{k})$ N

∴ Besar gaya

$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$

$= 9.71917994 \times 10^{10}$ N.

6. a).

b). $F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$

- Gaya antara $-3q$ dan $-q$

$$F_1 = k\frac{|-3q \times -q|}{r^2} = \frac{3kq^2}{r^2}$$

- Gaya antara $-3q$ dan $2q$

$$F_2 = k\frac{|-3q \times 2q|}{r^2} = \frac{6kq^2}{r^2}$$

- Gaya antara $-3q$ dan q

$$F_3 = k\frac{|-3q \times q|}{(2r)^2} = \frac{3kq^2}{4r^2}$$

Semua gaya kearah kanan, jadi :

$$F_{total} = F_1 + F_2 + F_3$$

$$= \frac{3kq^2}{r^2} + \frac{6kq^2}{r^2} + \frac{3kq^2}{4r^2}$$

$$= \frac{39\,kq^2}{4r^2} \text{ arah ke kanan}$$

c). $E = k\frac{|q|}{r^2}$

- Dari $-q$ muatan positif → medan kearah $-q$ jadi kekiri.

$$E_1 = \frac{kq}{r^2}$$

- Dari $2q$ muatan positif → medan menjauhi dari $2q$, jadi sisi kiri medan ke kiri.

$$E_2 = \frac{2kq}{r^2}$$

- Dari muatan positif, jarak $2r \rightarrow$ medan menjauhi dari q. juga ke kiri.

$$E_3 = \frac{kq}{(2r)^2} = \frac{kq}{4r^2}$$

Semua medan kekiri jadi :

$$E_{total} = E_1 + E_2 + E_3$$
$$= \frac{kq}{r^2} + \frac{2kq}{r^2} + \frac{kq}{4r^2}$$
$$= \frac{13kq}{4r^2} \quad \text{kekiri}$$

d). $\underline{E} = \frac{13kq}{4r^2}$ kekiri arahnya.

e). $V = k \sum \frac{q_i}{r_i}$

$$= k \left(\frac{-q}{k} + \frac{2q}{r} + \frac{q}{2r} \right)$$
$$= k \frac{(-q + 2q + 0{,}5q)}{r}$$
$$= k \frac{1{,}5q}{r} = \frac{3kq}{2r}$$

7. Sebuah batang panjangnya L, rapat muatan per satuan panjang adalah λ.
Hitung :

a. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z diatas ujung kawat.

b. kuat medan listrik di titik P yang z ditengah - tengah kawat.

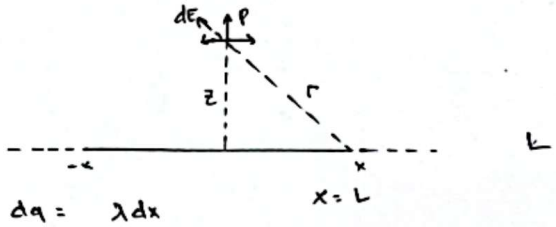
Jawab :

Diket :

Panjang batang $= L$

rapatan muatan $= \lambda$

a).



$dq = \lambda dx$

$r dq - p = x + z$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda\, dx}{(x+z)^2}$$

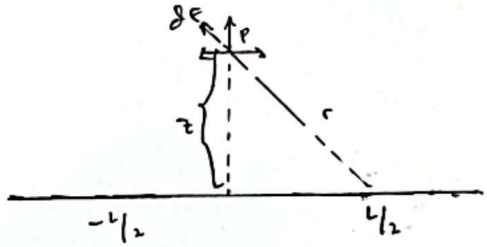
$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x+z)^2}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{x+z} \right]_0^L$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{x+z} \right)$$

b). $x = -L/2$

$x = L/2$



$dq = \lambda\, dx$

$r = \sqrt{x^2 + z^2}$

$$dE_y = dE \cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \frac{z}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda z\, dx}{(x^2+z^2)^{1/2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2+z^2}} \right]_{-L/2}^{L/2}$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{L/2}{z^2\sqrt{(L/2)^2+z^2}} - \frac{-L/2}{z^2\sqrt{(-L/2)^2+z^2}} \right)$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{L}{z^2 (L/2)^2 + z^2)} \right)$$

$$E = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} \;//.$$

8. Hitung medan listrik pada bola konduktor dengan rapat muatan σ dan jari-jari R.

Jawab :

Diket :

σ = rapatan muatan permukaan (C/m^2) $\quad Q = \sigma \cdot$ luas permukaan $= \sigma \cdot 4\pi R^2$

R = jari" bola konduktor (m).

Dit : E (r) ? (medan listrik di dalam dan di luar bola konduktor).

Gunakan hukum Gauss

$$\oint_{Gauss} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

1. Untuk daerah di dalam bola konduktor ($r < R$)

$$Q_{enc} = 0$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad E(r) = 0 \quad (r < R)$$

artinya, didalam bola konduktor tidak ada medan listrik.

2. Untuk daerah di luas bola konduktor ($r > R$)

$$Q = 4\pi R^2 \sigma$$

Gunakan hukum gauss :

$$E(r) \cdot 4\pi R^2 \sigma = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

$$E(r) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \quad (r > R)$$

Arah medan listrik radial ke luar jika $\sigma > 0$.

3. Tepat dipermukaan bola $r = R$

$$E_{luas} - E_{dalam} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_{dalam} = 0 :$$

$$E_{permukaan} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Jadi,

$$E(r) = \begin{cases} 0, & r < R, \\ \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}, & r \geq R. \end{cases} \qquad \text{dan} \quad Q = 4\pi R^2 \sigma$$

9. Bila kuat medan listrik $E = kr^3 \hat{r}_o$ dalam koordinat bola, dengan k = konstan.

a. Hitung rapat muatannya.

b. Cari muatan total yang terdapat dalam suatu bola dengan jari-jari R berpusat di O.

Jawab :

Diket :

$E = kr^3 \hat{r}_o$ dalam kordinat bola

k = konstan

Ditanya : a. ρ?

b. Q_{tot}?

a.

Gunakan hukum gauss (divergensi) $\rightarrow E_r = kr^3$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E_r)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \cdot kr^3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} (5kr^4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2$$

Maka :

$$\frac{\rho}{\varepsilon_o} = 5kr^2$$

$$\rho = 5\varepsilon_o kr^2$$

b. Muatan total dalam bola jari² R

$$Q = \int_V \rho \, dV$$

dalam koordinat bola :

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$Q = \int_0^R \rho 4\pi r^2 dr = \int_0^R (5\varepsilon_o kr^2)(4\pi r^2) dr$$

$$= 20\pi\varepsilon_o k \int_0^R r^4 dr$$

$$= 20\pi\varepsilon_o k \left[\frac{r^5}{5}\right]_0^R$$

$$Q_{tot} = 4\pi\varepsilon_o k R^5$$