Nama : Kharinta Oxana Ferodova
NPM : 2213022058

Medan Elektromagnetik.

Tugas II

1). Diketahui : muatan $q_1 = +2 \times 10^{-6}$ C
muatan $q_2 = +3 \times 10^{-6}$ C
muatan $q_3 = -5 \times 10^{-6}$ C
jarak q_1 dan $q_2 = r_{12} = 3$ m
jarak q_2 dan $q_3 = r_{23} = 2$ m
konstanta coulomb : $k = 9 \times 10^9$ N.m^2/C^2

Ditanya : F_1 ?

Jawab : $r_{13} = r_{12} + r_{23} = 3m + 2m = 5$ m

$F_1 = F_{21} + F_{31}$.

▲ $F_{21} = k \dfrac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2}$

$= (9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2) \dfrac{(2 \times 10^{-6}\text{C})(3 \times 10^{-6}\text{C})}{(3\text{m})^2}$

$= (9 \times 10^9) \dfrac{6 \times 10^{-12}}{9}$ N

$= (1 \times 10^9)(6 \times 10^{-12})$ N

$= 6 \times 10^{-3}$ N. (ke kiri)

▲ $F_{31} = k \dfrac{q_1 \cdot q_2}{r_{23}^2}$

$= (9 \times 10^9 \text{ N.M}^2/\text{C}^2) \dfrac{(2 \times 10^{-6}\text{C})(5 \times 10^{-6}\text{C})}{(5\text{m})^2}$

$= (9 \times 10^9) \dfrac{10 \times 10^{-12}}{25}$ N

$= \dfrac{90}{25} \times 10^{-3}$ N

$= 3{,}6 \times 10^{-3}$ N. (ke kanan)

▸ Hitung Gaya Resultan q_1 (F_1)
karena F_{21} dan F_{31} berada pada garis lurus tetapi berlawanan arah (kita asumsikan ke kanan positif, ke kiri negatif)

- F_{21} (ke kiri) $= -6 \times 10^{-3}$ N
- F_{31} (ke kanan) $= +3{,}6 \times 10^{-3}$ N

$$F_1 = F_{31} + F_{21}$$
$$= (+3{,}6 \times 10^{-3}\,N) + (-6 \times 10^{-3}\,N)$$
$$= -2{,}4 \times 10^{-3}\,N.$$

∴ Gaya elektrostatika yang dialami oleh q_1 adalah $2{,}4 \times 10^{-3}$ N dengan arah ke kiri (menjauhi q_2).

2). Diketahui : jarak antar partikel : $r = 2{,}60 \times 10^{-2}$ m
$q_1 = q_2 = q$ (positif dan sama besar)
massa partikel 1 : $m_1 = 6{,}0 \times 10^{-6}$ kg
percepatan partikel : $a_1 = 4{,}6 \times 10^3\ m/s^2$
percepatan partikel : $a_2 = 8{,}5 \times 10^3\ m/s^2$
konstanta Coulomb : $k = 9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2$

Ditanya : a. Besar muatan masing-masing partike (q)?
b. massa partikel 2 (m_2)?

Jawab : a) $F_E = m_1 a_1$

$$= k\frac{|q_1 q_2|}{r^2} = k\frac{q^2}{r^2} = m_1 a_1$$

$$q^2 = \frac{m_1 a_1 r^2}{k.}$$

$$q = \sqrt{\frac{m_1 a_1 r^2}{k.}}$$

$$q = \sqrt{\frac{(6{,}0 \times 10^{-2}\,kg)(4{,}6 \times 10^3\ m/s^2)(2{,}60 \times 10^{-2}\,m)^2}{9 \times 10^9\ N \cdot m^2/C^2}}\ C$$

$$= \sqrt{\frac{(6,0 \times 4,6)(10^{-6} \times 10^{3})(6,76 \times 10^{-9})}{9 \times 10^{9}}} C$$

$$= \sqrt{\frac{(27,6 \times 6,76 \times 10^{-7})}{9 \times 10^{9}}} C$$

$$= \sqrt{\frac{186,696 \times 10^{-16}}{9}} C$$

$$= \sqrt{20,744 \times 10^{-6}} C$$

$$= 4,55 \times 10^{-8} C.$$

∴ besar muatan masing-masing partikel adalah $4,55 \times 10^{-8} C$.

b) $F_{E_1} = F_{E_2}$

$m_1 a_1 = m_2 a_2$

$m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2}$

$= \frac{(6,0 \times 10^{-6} kg)(4,6 \times 10^{3} m/s^2)}{8,5 \times 10^{3} m/s^2}$

$= \frac{6,0 \times 4,6}{8,5} \times 10^{-6} kg.$

$= \frac{27,6}{8,5} \times 10^{-6} kg$

$m_2 \approx 3,247 \times 10^{-6} kg.$

∴ massa partikel 2 adalah sekitar $3,25 \times 10^{-6} kg$

3). Diketahui : $q_1 (-4,0,0) = 5\,C$

$q_2 (4,0,0) = 10\,C$

$q_3 (0,5,0) = 6\,C$

$k = 9 \times 10^9$

Ditanya : Hitung gaya dari q_2 dan q_3 terhadap q_1?

Jawab $= F_{12} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}}$

$= 9 \times 10^9 \ \frac{(5)(10)}{8^2}$

$= 9 \times 10^9 \ \frac{50}{64}$

$= 7{,}03 \times 10^9\ N$ ke kiri (menolak)

$r_{13} = \sqrt{(0+4)^2 + (5-0)^2}$

$= \sqrt{41}$

$= 6{,}4\ m$

$F_{13} = k \cdot \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}$

$= 9 \times 10^9 \ \frac{(5)(6)}{6{,}4^2}$

$= 9 \times 10^9 \ \frac{30}{41}$

$= 6{,}59 \times 10^9\ N$ ke kanan atas.

4). Diketahui : q_1 (0,5,0) = 10C

q_2 (5,5,0) : 5 C

q_3 (0,5,5) : -10C

Ditanya : Tentukan gaya yang dialami oleh q_3?

Jawab : a. Gaya dari q_1 ke q_2

$r_{13} = 5$ m

$F_{13} = 9 \times 10^9 \dfrac{(10)(10)}{5^2} = 3{,}6 \times 10^{10}$ N

Tanda muatan berlawanan → tarik-menarik arah dari q_3 ke q_1 (arah negatif sumbu 2)

b. Gaya dari q_2 ke q_3

$r_{23} = \sqrt{(5-0)^2 + (5-5)^2 + (0-5)^2} = 7{,}07$ m

$F_{23} = 9 \times 10^9 \dfrac{(5)(10)}{7{,}07^2} = 9 \times 10^9 \times \dfrac{50}{50} = 9 \times 10^9$ N

muatan berbeda-beda → tarik-menarik arah dari q_2 ke q_3 (arah diagonal ke kanan bawah).

5) Diketahui : q = 10C di (0,0,0) $k = 9 \times 10^9$ N.m²/C²

q_1 = 2C di (0,2,0)

q_2 = 4C di (2,2,0)

q_3 = 5C di (0,2,2)

q_4 = -5C di (2,2,2)

Ditanya : Gaya total pada muatan q = 10C yang berada di (0,0,0) akibat keempat muatan?

Jawab : $F = k \dfrac{qq_1}{r^2}(r_q - r_1)$

▷ q_1 = 2C di (0,2,0) r = 2,0 m.

$f_1 = 9 \times 10^9 \dfrac{(10)(2)}{2^2}$

$= 9 \times 10^9 \dfrac{(20)}{4}$

$= 4{,}5 \times 10^{10}\ N.$

- $q_2 = 4C$ di $(2,2,0)$, $r = \sqrt{8} = 2{,}8284\ m$

  $F_2 = 4{,}50 \times 10^{10}\ N$

- $q_3 = 5\ C$ di $(0,2,2)$, $r = \sqrt{8} = 2{,}8284\ m$

  $F_3 = 5{,}625 \times 10^{10}\ N.$

- $q_1 = -5\ C$ di $(2,2,2)$, $r = \sqrt{12} = 3{,}4641\ m$

  $F_1 = 3{,}75 \times 10^{10}\ N.$

komponen $F_1 = (0, -4{,}50000000 \times 10^{10}, 0)\ N$

komponen $F_{2x} = -3{,}18198051 \times 10^{10}\ N$

$F_{2y} = -3{,}18198051 \times 10^{10}\ N$

$F_{2z} = 0$

komponen $F_{3x} = 0$

$F_{3y} = -3{,}977475 \times 10^{10}\ N$

$F_{3z} = -3{,}977475 \times 10^{10}\ N$

komponen $F_{4x} = 2{,}16506350 \times 10^{10}\ N$

$F_{4y} = 2{,}16506350 \times 10^{10}\ N$

$F_{4z} = 2{,}16506350 \times 10^{10}\ N$

Penjumlahan komponen

$F_x = -1{,}01691700 \times 10^{10}\ N$

$F_y = -9{,}49439265 \times 10^{10}\ N$

$F_z = -1{,}81241213 \times 10^{10}\ N$

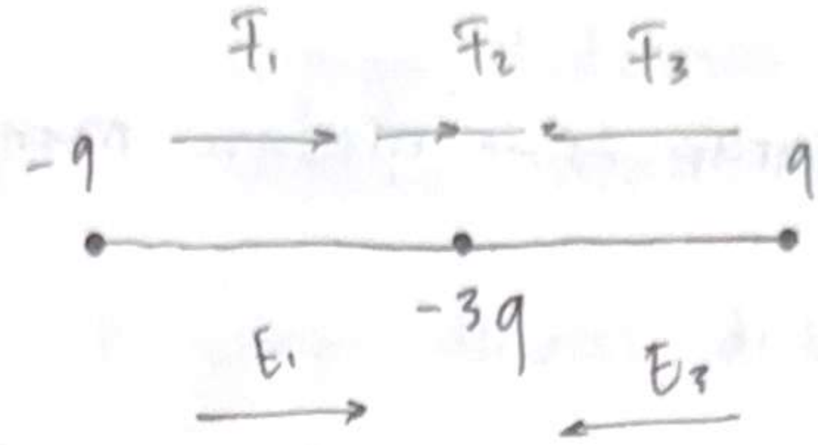
∴ Vektor gaya total.

$F_{total} (-1{,}01691700 \times 10^{10}\ \hat{i}, -9{,}49439265 \times 10\ \hat{j}, -1{,}81241213 \times 10^{10}\ \hat{k})\ N.$

∴ Besar gaya

$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = 9{,}71917794 \times 10^{10}\ N$

6.) a)



$F_{total} = -\frac{3q}{4} k.q \frac{2.2}{r^2}$ (arah ke kanan)

$F_{total} : -\frac{13}{4} k.q \frac{q}{r^2}$ (arah ke kiri).

$V = -\frac{3}{2} k.q.$

b) $F = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$

Gaya antara $-3q$ dan $-q$

$f_1 = k\frac{|-3q \times -q|}{r^2} = \frac{3kq^2}{r^2}$

Gaya antara $-3q$ dan $2q$

$f_2 = k\frac{|-3q \times 2q|}{r^2} = \frac{6kq^2}{r^2}$

Gaya antara $-3q$ dan q

$f_3 = k\frac{|-3q \times q|}{(2r)^2} = \frac{3kq^2}{4r^2}$

Semua gaya searah ke kanan, jadi :

$F_{total} = F_1 + F_2 + F_3$

$= \frac{3kq^2}{r^2} + \frac{6kq^2}{r^2} + \frac{3kq^2}{4r^2}$

$= \frac{39kq^2}{4r^2}$ arah ke kanan

c) $E = k\frac{|q|}{r^2}$

- Dari $-q$ muatan positif. → medan ke arah $-q$ jadi ke kiri

$E_1 = \frac{kq}{r^2}$

- Dari $2q$: muatan positif → medan menjauh dari $2q$, jadi di sisi kiri medan ke kiri

$E_2 = \frac{2kq}{r^2}$

- Dari muatan positif, jarak 2r → medan menjauh dari q, juga ke kiri

$$E_3 = \frac{kq}{(2r)^2} = \frac{kq}{4r^2}$$

Semua medan ke kiri jadi

$$E_{total} = E_1 + E_2 + E_3$$

$$= \frac{kq}{r^2} + \frac{2kq}{r^2} + \frac{kq}{4r^2}$$

$$= \frac{13kq}{4r^2} \text{ ke kiri}$$

d)

$$E = \frac{13kq}{4r^2} \text{ arah ke kiri}$$

e) $$V = k \sum \frac{q_i}{r_i}$$

$$= k \left(\frac{-q}{r} + \frac{2q}{r} + \frac{q}{2r} \right)$$

$$= k \left(\frac{-q + 2q + 0{,}5q}{r} \right)$$

$$= k \frac{1{,}5q}{r} = \frac{3kq}{2r}$$

8) Diketahui : σ = rapatan muatan permukaan (C/m^2)

R = jari-jari bola konduktor (m)

Q : σ . luas permukaan : $\sigma . 4\pi R^2$

Ditanya : E(r) ? (medan listrik di dalam dan di luar bola konduktor).

Jawab :

$$\oint_{Gauss} \vec{E} . d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

1. untuk daerah di dalam bola konduktor ($r < R$)

$Q_{enc} = 0$

$$E(r) . 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} = 0 \rightarrow E(r) = 0 \quad (r < R)$$

artinya, didaram bola konduktor tidak ada medan listrik.

2. untuk daerah di luas bola konduktor ($r > R$)

$$Q = 4\pi R^2 \sigma$$

Gunakan hukum gauss :

$$E(r) \cdot 4\pi R^2 \sigma = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

$$E(r) = \frac{4\pi R^2 \sigma}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \quad (r > R)$$

Arah medan listrik radial ke luar jika $\sigma > 0$

3. Tepat dipermukaan bola $r = R$

$$E_{luas} - E_{dalam} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E_{dalam} = 0$$

$$E_{permukaan} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Jadi

$$E(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} & r \geq R \end{cases}$$

dan $Q = 4\pi R^2 \sigma$

9) Diketahui : $E = kr^3 \hat{r}_0$ dalam koordinat bola

k : konstanta.

Ditanya : a) ρ ?

b) Q_{tot} ?

Jawab : a) Gunakan hukum gauss (divergensi) $E_r = kr^3$

$$\nabla . \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$= \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} (r^2 E_r)$$

$$= \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 . kr^3)$$

$$= \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$= \frac{1}{r^2} (5kr^4)$$

$$= 5kr^2$$

maka

$$\frac{\rho}{\varepsilon_0} = 5kr^2$$

$$\rho = 5\varepsilon_0 kr^2$$

b) muatan total dalam bola jari R

$$Q = \int_v \rho \, dv$$

dalam koordinat bola.

$$dv = 4\pi r^2 \, dr$$

$$Q = \int_0^R \rho \, 4\pi r^2 \, dr$$

$$= \int_0^R (5\varepsilon_0 kr^2)(4\pi r^2) \, dr$$

$$= 20\pi\varepsilon_0 k \int_0^R r^4 \, dr$$

$$= 20\pi\varepsilon_0 k \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R .$$

$$Q_{tot} = 4\pi\varepsilon_0 k R^5 .$$