

NAMA : DINI RISMAWATI
KELAS : 22B
MATKUL : TEORI RELATIVITAS

1. Sebuah roket melaju dengan kecepatan v , loncengnya berbunyi 1 detik terlambat dalam 1 jam relatif terhadap lonceng di bumi. Berapa kecepatan roket tersebut?

Jawaban & Penyelesaian

- Interpretasi: Pengamat di Bumi melihat selang waktu 1 jam = 3600 s sementara jam di roket mencatat 1 detik lebih sedikit, yaitu $\tau = 3599$ s. Untuk jam bergerak berlaku dilatasi waktu:

$$\Delta t = \gamma \tau, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{c}{v}.$$

- Hitung γ

$$\gamma = \frac{\Delta t}{\tau} = \frac{3600}{3599} = 1,0002778549$$

- Hitung (v):

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}.$$

Substitusi

$$v \approx 3,00 \times 10^8 \text{ m/s} \times 0,023579 \approx 7,07 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

$$v \approx 7,07 \times 10^6 \text{ m/s} \approx 0,0236 c$$

2. Sebuah meson terjadi karena tumbukan energi tinggi sebuah partikel sinar kosmik di dalam atmosfer bumi 200 km di atas permukaan laut. Ia turun secara vertikal dengan kecepatan $0,99c$ dan berintegrasi $2,5 \cdot 10^{-8}$ detik, setelah tercipta di dalam kerangka sebenarnya. Pada ketinggian berapa di atas permukaan laut ia diamati dari bumi akan berintegrasi?

Jawaban & Penyelesaian

- Diketahui: ketinggian mula $h_0 = 200 \text{ km} = 200000 \text{ m}$, $v = 0,99c$, masa hidup proper (di kerangka meson) $\tau_0 = 2,5 \times 10^{-8} \text{ s}$.
- Faktor Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}} \approx 7,08881205.$$

- Waktu hidup yang diamati di kerangka Bumi:

$$t_{obs} = \gamma \tau_0 \approx 7,08881205 \times 2,5 \times 10^{-8} \text{ s} \approx 1,77220 \times 10^{-7} \text{ s}.$$

- Jarak yang ditempuh sebelum meluruh (dalam kerangka Bumi):

$$d = v t_{obs} = 0,99c \times 1,77220 \times 10^{-7} \text{ s} \approx 0,99 \times (3,00 \times 10^8) \times 1,77220 \times 10^{-7} \\ \approx 52,63$$

- Ketinggian saat meluruh:

$$h = h_0 - d \approx 200000 \text{ m} - 52,63 \text{ m} \approx 199947,37 \text{ m}.$$

Hasil: $h \approx 1,99947 \times 10^5 \text{ m} \approx 199,95 \text{ km}$ di atas permukaan laut.

- Sebuah pesawat angkasa yang menjauhi bumi pada kelajuan $0,97c$ memancarkan data dengan laju 10^4 pulsa/s. Pada laju berapa data itu diterima?

Jawaban & Penyelesaian

- Menggunakan Doppler relativistik untuk sumber yang menjauhi pengamat:

$$f_{obs} = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

- Dengan $f_0 = 10^4$ pulsa/s dan $\beta = 0,97$:

Sehingga

$$f_{obs} = 10^4 \sqrt{0,0152284264} \approx 10^4 \times 0,123441 \approx 1,234 \times 10^3 \text{ pulsa/s}.$$

Hasil: $f_{terima} \approx 1,23 \times 10^3 \text{ pulsa/s}$ sekitar 1 234 pulsa/s.

- Seorang pengamat berdiri pada peron stasiun ketika sebuah kereta api modern bercepatan tinggi melewati stasiun dengan laju $0,6c$. Pengamat itu mengukur ujung-ujung peron tersebut yang panjangnya 45 m tepat segaris dengan ujung-ujung peron tersebut.
 - Berapa lama pengamat di peron melihat kereta itu melewati suatu titik tertentu pada peron?
 - Berapa panjang sebenarnya kereta tersebut?
 - Berapa panjang peron menurut pengamat dalam kereta?
 - Berapa lama diperlukan satu titik pada peron untuk melewati panjang kereta secara penuh, menurut pengamat dalam kereta?

- e. Bagi pengamat dalam kereta, ujung-ujung kereta tidak akan secara simultan segaris dengan ujung-ujung peron. Carilah selang waktu antara ujung depan kereta segaris dengan salah satu ujung peron dan ujung belakang kereta segaris dengan ujung peron yang lain?

Jawaban & Penyelesaian

Diketahui: panjang peron menurut pengamat peron $L_p = 45$ (dipakai juga sebagai panjang kereta yang teramati dalam kerangka peron pada saat tertentu), kecepatan kereta $v = 0,6c$.

- Faktor Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = \frac{1}{\sqrt{0,64}} = \frac{1}{0,8} = 1,25$$

- a. Waktu pengamat di peron melihat kereta melewati suatu titik peron (waktu selama titik peron tertutup seluruh panjang kereta menurut pengamat peron). Karena panjang kereta yang teramati di peron = 45 m[

$$t_{\text{peron}} = \frac{45 \text{ m}}{v} = \frac{45}{0,6 \times 3,00 \times 10^8} \text{ s} = \frac{45}{1,8} \times 10^8 \text{ s} = 2,50 \times 10^8 \text{ s}.$$

yaitu 250 ns

- b. Panjang sebenarnya (panjang proper) kereta L_0 terkait dengan panjang yang teramati di peron melalui kontraksi:

$$L_{\text{terlihat}} = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow L_0 = \gamma_{\text{terlihat}} = 1,25 \times 45 = 56,25 \text{ m}.$$

- c. Panjang peron menurut pengamat dalam kereta (peron bergerak relatif terhadap kereta sehingga terkontraksi):

$$L_{p,\text{kereta}} = \frac{L_p}{\gamma} = \frac{45}{1,25} = 36,0 \text{ m}.$$

- d. Jadi waktu yang diperlukan suatu titik peron melewati seluruh panjang kereta menurut pengamat dalam kereta: dalam kereta panjang kereta adalah $L_0 = 56,25$, sehingga

$$t_{\text{kereta}} = \frac{L_0}{v} = \frac{56,25}{0,6} \times 3,00 \times 10^8 = \frac{56,25}{1,8} \times 10^8 = 3,125 \times 10^7 \text{ s}.$$

yaitu 312.5 ns

- e. Selang waktu non-simultanitas menurut pengamat dalam kereta:
Ambil dua peristiwa yang simultan di kerangka peron ($t = 0$):

- Peristiwa A: ujung depan kereta sebaris dengan ujung kanan peron pada $x = L_p = 45 \text{ m}$, $t = 0$.

- Peristiwa B: ujung belakang kereta sebaris dengan ujung kiri peron pada $x = 0, t = 0$.

Gunakan transformasi waktu Lorentz:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right).$$

- Untuk A:

$$t'_A = \gamma \left(0 - \frac{v \cdot 45}{c^2} \right) = -\gamma \frac{v \cdot 45}{c^2}.$$

Karena $v = 0,6c$

di dapatkan

$$v \cdot 45/c^2 = 0,6 \cdot 45/c = 27/c = 27/(3,00 \times 10^{-8}) = 9,0 \times 10^{-8} \text{ s}.$$

Maka

$$t'_A = -1,25 \times 9,0 \times 10^{-8} \text{ s} = -1,125 \times 10^{-7} \text{ s}$$

- Untuk B: $t'_B = 0$
- Selisih waktu (menurut penumpang kereta) antara kedua peristiwa:

$$\Delta t' = t'_B - t'_A = 1,125 \times 10^{-7} \text{ s} = 112,5 \text{ ns}.$$

5. Pesawat angkasa amerika berkecepatan $0,9c$ terhadap bumi. Jika pesawat angkasa Rusia melewati pesawat angkasa Amerika dengan kecepatan relatif $0,5c$. Berapakah kecepatan pesawat Rusia terhadap bumi? a). Menurut mekanika klasik, b). Menurut Einstein

Jawaban & Penyelesaian

- (a) **Mekanika klasik** (penjumlahan biasa):

$$v_{\text{klasik}} = 0,9c + 0,5c = 1,4c.$$

- (Hasil $> c$ — jadi menunjukkan ketidakcocokan mekanika klasik untuk kecepatan mendekati c .)
- (b) **Relativitas (penjumlahan kecepatan relativistik):**

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{0,5c + 0,9c}{1 + 0,5 \times 0,9} = \frac{1,4}{1,45c} \approx 0,96551724c.$$

- Dalam satuan m/s:

$$u \approx 0,96551724 \times 3,00 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 2,89655 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

Hasil:

- (a) $1,4c$ (klasik, tidak fisikal).

- (b) $u \approx 2,89655 \times \frac{10^8 m}{s}$.

6. Seorang pria bermasa 100 kg di bumi. Ketika ia berada dalam roket yang meluncur, masanya menjadi 101 kg dihitung terhadap pengamat di bumi. Berapa kelajuan roket itu?

Jawaban & Penyelesaian

- Interpretasi: digunakan konsep massa relativistik $m = \gamma m_0$ (di mana ($m_0 = 100 \text{ kg}$ massa diam, $m = 101 \text{ kg}$ massa terukur oleh pengamat Bumi). Maka

$$\gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{101}{100} = 1,01.$$

- Hitung kecepatan: /

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = c \sqrt{1 - \frac{1}{(1,01)^2}}.$$

$$(1,01)^2 = 1,0201 \Rightarrow 1/\gamma^2 \approx 0,98029605. \text{ Jadi}$$

$$v \approx c \sqrt{0,01970395} \approx c \times 0,14037 \approx 4,21 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Hasil: $v \approx 4,21 \times 10^7 \approx 0,14037c$

7. Sebuah aselerator sedang mempercepat elektron-elektron dengan melewatkannya melalui beda potensial 5 Mv. A) carilah energi kinetik elektron tersebut. b) hitung masa elektron saat bergerak. c) berapa kecepatan elektron tersebut?

Jawaban & Penyelesaian

- (a) **Energi kinetik:** beda potensial $V = 5 \text{ M V} = 5,0 \times 10^6$. Energi kinetik yang diperoleh elektron:

$$Ek = eV = 5,0 \times 10^6 eV = 5,0 \text{ MeV}.$$

Dalam joule:

$$Ek = 5,0 \times 10^6 \times 1,602176634 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 8,0109 \times 10^{-13} \text{ J}.$$

(b) **Massa relativistik:** pertama hitung γ . Energi istirahat electron $m_0 c^2 \approx 0,511 \text{ MeV}$. Maka

$$\gamma = 1 + \frac{Ek(\text{MeV})}{m_0 c^2(\text{MeV})} = 1 + \frac{5,0}{0,511} \approx 10,78473581.$$

Massa relativistik γ Energi istirahat electron $m_0 c^2 \approx 0,511 \text{ MeV}$. Maka

$$\gamma = 1 + \frac{Ek(MeV)}{m_0c^2(MeV)} = 1 + \frac{5,0}{0,511} \approx 10,78473581.$$

- **(c) Kecepatan elektron:**

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

Dengan $\gamma \approx 10,7847$ diperoleh

$$v \approx 0,995697c \approx 2,9871 \times 10^8 \text{ m/s}.$$