

Nama : Meilani Wulandari
NPM : 2213022035

Tugas ke 1 Teori Relativitas

1. Sebuah roket melaju dengan kecepatan v , loncengnya berbunyi 1 detik terlambat dalam 1 jam relatif terhadap lonceng di bumi. Berapa kecepatan roket tersebut?

Jawaban:

$$\Delta t \text{ 1 jam} = 3600 \text{ detik (di bumi)}$$

$$\Delta t' = 3599 \text{ s (di roket)}$$

Hubungan relativitas waktu:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

$$\text{dengan } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$3599 = \frac{3600}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{3600}{3599}$$

• Menghitung v

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{3600}{3599}$$

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{3599}{3600}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{3599}{3600} \right)^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{3599}{3600} \right)^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{12952801}{12960000}$$

$$= \frac{7199}{12960000}$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{7199}{12960000}} \approx 0.02357$$

$$v \approx 0.02357 \cdot 3 \cdot 10^8 \approx 7.07 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$7.07 \cdot 10^6 \text{ m/s atau } 0.0236 c$$

2. Sebuah meson terjadi karena tumbukan energi tinggi sebuah partikel sinar kosmik di dalam atmosfer bumi 200 km di atas permukaan laut. Ia turun secara vertikal dengan kecepatan $0.99 c$ dan berintegrasi $2.5 \cdot 10^{-8}$ detik. setelah tercipta di dalam kerangka sebenarnya. Pada ketinggian berapa di atas permukaan laut ia diamati dari bumi akan berintegrasi ?

Jawaban :

$$\text{Diket} \rightarrow h_0 = 200 \text{ km}$$

$$v = 0.99 c$$

$$T = 2.5 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0.99)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - 0.9801}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{0.0199}}$$

$$\approx \frac{1}{0.141067}$$

$$\approx 7.0888$$

$$t = \gamma \tau = 7.0888 \times 2.5 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$\approx 1.7722 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$L = v \cdot t = 0.99c \times 1.7722 \times 10^{-7}$$

$$c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$L \approx 0.99 \times 3 \times 10^8 \times 1.7722 \times 10^{-7}$$

$$L \approx 5.26 \times 10 \text{ m} = 52.6 \text{ m}$$

$$h = 200000 \text{ m} - 52.6 \text{ m} \approx 199947.4 \text{ m}$$

$$h \approx \underline{\underline{199.95 \text{ km}}}$$

3. Sebuah pesawat angkasa yang menjauhi bumi pada kelajuan $0.97c$ memancarkan data dengan laju 10^4 pulsa/s. Pada laju berapa data itu diterima?
Jawaban:

$$\text{Diket} \rightarrow v = 0.97c$$

$$f_0 = 10^4 \text{ pulsa/s}$$

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}, \quad \beta = 0.97$$

$$f = 10^4 \times \sqrt{\frac{1-0.97}{1+0.97}}$$

$$f = 10^4 \times \sqrt{\frac{0.03}{1.97}}$$

$$f = 10^4 \times \sqrt{0.015228}$$

$$f \approx 10^4 \times 0.1234$$

$$f \approx 1234 \text{ pulsa / s}$$

4. Seorang pengamat berdiri pada peron stasiun ketika sebuah kereta api modern berkecepatan tinggi melewati stasiun dengan laju $0.6c$. Pengamat itu mengukur ujung² peron tersebut yang panjangnya 45 m tepat segaris dengan ujung² peron tersebut.

Jawaban :

$$\text{Diket} \rightarrow v = 0.6c$$

$$L_p = 45 \text{ m}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} = 1.25$$

$$L_k = 45 \text{ m}$$

$$a). \Delta t = \frac{L_k}{v}$$

$$\Delta t = \frac{45}{0.6c} = \frac{75}{c} \text{ s}$$

$$b). L_{ok} = \gamma \cdot L_k$$

$$L_{ok} = 1.25 \times 45 = 56.25 \text{ m.}$$

$$c). L'_p = \frac{L_p}{\gamma}$$

$$L'_p = \frac{45}{1,25} = 36 \text{ cm}$$

$$d). \Delta t' = \frac{L_{ok}}{v}$$

$$\Delta t' = \frac{56,25}{0,6c} = \frac{93,75}{c} \text{ s}$$

$$e). L_{ok} = 56,25 \text{ m}$$

$$L'_p = 36 \text{ cm}$$

$$\Delta L = L_{ok} - L'_p = 20,25 \text{ m}$$

$$\Delta t_e = \frac{\Delta L}{v}$$

$$\Delta t_e = \frac{20,25}{0,6c} = \frac{33,75}{c} \text{ s}$$

$$c = 3 \times 10^8$$

$$\hookrightarrow \frac{75}{c} = 2,5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$\frac{93,75}{c} = 3,125 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$\frac{33,75}{c} = 1,125 \times 10^{-7} \text{ s}$$

5. Pesawat angkasa Amerika berkelajuan $0.9c$ terhadap bumi. Jika pesawat angkasa Rusia melewati pesawat angkasa Amerika dengan kelajuan relatif $0.5c$. Berapakah kelajuan pesawat Rusia terhadap bumi?

a). Menurut mekanika klasik

b). Menurut Einstein

Jawaban:

~~a)~~ Diket $\rightarrow u = 0.9c$

$v' = 0.5c$

a). $v = u + v'$

$$v = 0.9c + 0.5c$$

$$= 1.4c$$

b). $v = \frac{u + v'}{1 + \frac{u \cdot v'}{c^2}}$

$$v = \frac{0.9c + 0.5c}{1 + \frac{(0.9c) \cdot (0.5c)}{c^2}}$$

$$= \frac{1.4c}{1 + 0.45}$$

$$= \frac{1.4c}{1.45}$$

$$v \approx 0.9655c$$

6). Seorang pria bermassa 100 kg di bumi. Ketika ia berada dalam roket yang meluncur, massanya menjadi 101 kg dihitung terhadap pengamat di bumi. Berapa kelajuan roket itu?

Jawaban:

Diket $\rightarrow m_0 = 100 \text{ kg}$

$m = 101 \text{ kg}$

$$e, m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$101 = \frac{100}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{100}{101}$$

$$= 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{100}{101}\right)^2 = \frac{10.000}{10.201}$$

$$= \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{10000}{10.201} = \frac{201}{10.201}$$

$$= \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{201}{10.201}}$$

$$\approx \sqrt{0,019704}$$

$$\approx 0,1404$$

Jadi, $v \approx 0,1404 c$.

7. Sebuah aselerator sedang mempercepat elektron² dengan melewatkannya melalui beda potensial 5 MV.

A). Carilah energi kinetik elektron tersebut!

B). Hitung massa elektron saat bergerak!

c). Berapa kecepatan elektron tersebut?

Jawaban :

$$A). K = e \cdot V$$

$$= (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times (5 \times 10^6 \text{ V})$$

$$= 8 \times 10^{-13} \text{ J.}$$

$$K = 5 \text{ MeV.}$$

$$B). m_0 = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$E_0 = m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$$

$$E = E_0 + K = 0,511 + 5 = 5,511 \text{ MeV}$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{5,511 \text{ MeV}}{c^2}$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{E}{E_0} = \frac{5,511}{0,511} \approx 10,78$$

$$c). \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{E}{E_0} \approx 10,78$$

$$\sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{10,78} \approx 0,09276$$

$$1 - v^2/c^2 \approx (0,09276)^2 \approx 0,008604$$

$$v^2/c^2 \approx 1 - 0,008604 = 0,991396$$

$$v/c \approx \sqrt{0,991396} \approx 0,9957$$

Jadi, kecepatan elektron kira-kira $0,9957 c$
atau $99,57 \%$ kecepatan cahaya.