

"Teori Relativitas"

1. Sebuah roket melaju dengan kecepatan v , loncengnya berbunyi 1 detik terlambat dalam 1 jam relatif terhadap lonceng di bumi. Berapa kali kecepatan roket tersebut

Diketahui :

$$\Delta t' = \text{waktu diukur pengamat di bumi} = 1 \text{ jam} \\ = 3600 \text{ detik}$$

$$\Delta t = \text{waktu di roket (terlambat 1 detik)} \\ = 3600 - 1 \\ = 3599 \text{ detik.}$$

$$c = \text{kec. cahaya} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\gamma = \text{faktor lorentz} =$$

Ditanya : $v = \text{kecepatan roket}$

Dijawab :

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$3600 = \gamma \cdot 3599$$

$$3600 = \frac{3599}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{3599}{3600} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

kuadratkan kedua ruas

$$\left(\frac{3599}{3600} \right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2$$

$$\left(\frac{3599}{3600}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

pindah ner

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{3599}{3600}\right)^2$$

hitung selok

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{3599}{3600}\right)^2}$$

$$v = c \times 0,02356850 \dots$$

$$v = c \times 0,02356850 \dots$$

$$v = (3 \times 10^8) \times (0,02356850)$$

$$v = 7,07 \times 10^4 \text{ m/s} \quad \text{atau} \quad 0,0236 c$$

2. Sebuah meson bergerak karena kumbatan energi kinetic sebuah partikel sinar kosmik di dalam atmosfer bumi 200 km dpl. Ia turun secara vertikal dengan kecepatan $0,99 c$ dan berenergi $2,5 \cdot 10^8$ elektron volt. Seberapa jauh ia bergerak di dalam kerangka sebenarnya. Pada ketinggian berapa dia dipercepat? (artinya ditanyakan dari bumi dan berenergi?)

Diketahui : ketinggian awal meson $h_0 = 200 \text{ km}$
 $= 200 \cdot 1000 \text{ m}$

kec. boan $v = 0,99c$ dengan $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
waktu hidup proper (dim kerangka masa) $= T_0 = 2,5 \times 10^{-8} \text{ s}$

Dikarya = Ketinggian (saat diaati dar bumi masn bertkaps.7.)

Jawab :

- Hitung faktor Lorentz γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}}$$
$$= 7,088812$$
$$= 7,09$$

- Waktu hidup dramati di kerah bumi t

$$t = \gamma T_0$$
$$= 7,09 \times 2,5 \times 10^{-8} \text{ s}$$
$$= 1,77 \times 10^{-7} \text{ s}$$

- Jarak kerah sebelum meluruh (dim kerah bumi)

$$d = vt = 0,99c \times 1,77 \cdot 10^{-7}$$
$$= 52,6 \text{ m}$$
$$=$$

- Ketinggi saat meluruh (dpl)

$$h = h_0 - d$$
$$= 200.000 \text{ m} - 52,6 \text{ m}$$
$$= 199.947,4 \text{ m}$$
$$=$$

Fold

3. Sebuah pesawat angkasa yang mengahli bumi pada laju $0,97c$ memancarkan gelombang dengan laju 10^4 pulsa/s. Pada laju berapa gelombang itu diterima?

Diketahui :

$$v = 0,97c$$

$$f_{\text{sumber}} = 10^4 \text{ pulsa/s}$$

Ditanya :

Laju pulsa diterima pengamat di bumi

Jawab : Rumus efek dopler relativitas

$$f_{\text{obs}} = f_s \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\bullet \beta = 0,97$$

• hitung akar dulu

$$\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = \sqrt{\frac{1-0,97}{1+0,97}} = \sqrt{\frac{0,03}{1,97}} = \sqrt{0,015228}$$

$$\begin{aligned} \bullet f_{\text{obs}} &= f_s \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \\ &= 10^4 \times \sqrt{0,015228} \\ &= (10^4) \times (0,1234) \\ &= 1234 \text{ pulsa/s} \end{aligned}$$

4. Diketahui : v (terhadap pem) = $0,6 c$
 Panjang pem $L_p = 45 \text{ m}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Jawab :

Hitung faktor Lorentz

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} & \beta &= \frac{v}{c} = 0,6 \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 0,36}} \\ &= \frac{1}{0,8} \\ &= 1,25 \end{aligned}$$

a.) Lama pengamat di peron melihat kereta melewati titik kerangka di peron.

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{peron}} &= \frac{L_{\text{kereta (peron)}}}{v} = \frac{45 \text{ m}}{0,6 c} \\ &= \frac{45}{0,6 \times 3 \cdot 10^8} \\ &= \frac{45}{1,8 \cdot 10^8} \\ &= 2,5 \times 10^{-7} \text{ s} \\ &= 250 \text{ ns.} \end{aligned}$$

b.) Panjang sebenarnya (P. Propri) kereta

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$\begin{aligned} L_0 &= \gamma \cdot L \\ &= 1,25 \times 45 \\ &= 56,25 \text{ m} \end{aligned}$$

c.) Panjang menurut pengamat di kereta

$$\begin{aligned} L_p \text{ (kereta diam)} &= \frac{L_0}{\gamma} = \frac{45}{1,25} \\ &= 36 \text{ m} \end{aligned}$$

d.) Waktu yang diperlukan kereta p. untuk melewati kereta menurut pengamat

$$\begin{aligned} \Delta t \text{ ker. a} &= \frac{L_0}{v} = \frac{56,25}{0,6 \times 3 \cdot 10^8} = \frac{56,25}{1,8 \cdot 10^8} \\ &= 3,125 \cdot 10^{-7} \text{ s atau } 312,5 \text{ ns.} \end{aligned}$$

e.) Selang waktu

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v \Delta x}{c^2} \right) = -\gamma \frac{v \Delta x}{c^2}$$

$$\begin{aligned} \Delta t' &= 1,25 \cdot \frac{0,6 \cdot 45}{c^2} = 1,25 \cdot \frac{27}{3 \cdot 10^8} \\ &= \frac{33,75}{3 \cdot 10^8} \\ &= 1,125 \times 10^{-7} \text{ s atau } 112,5 \text{ ns.} \end{aligned}$$

5. Diketahui : V_A (pesawat gerak tdkd bumi) = $0,9c$
 V_{PA} (pesawat relatif tdkd pesawat A) = $0,5c$

Ditanya : V_P tdkd bumi

Jawab : a. Menurut mekanika klasik

$$\begin{aligned}V_P &= V_A + V_{PA} \\&= 0,9c + 0,5c \\&= 1,4c \\&= \end{aligned}$$

b. Menurut Einstein

rumus : kac. rel.

$$\begin{aligned}V_P &= \frac{V_A + V_{PA}}{1 + \frac{V_A \cdot V_{PA}}{c^2}} \\&= \frac{0,9 + 0,5}{1 + (0,9) \cdot (0,5) / c^2} \\&= \frac{1,4c}{1 + 0,45} \\&= \frac{1,4c}{1,45c} \\V_P &= 0,966c \\&= \end{aligned}$$

6. Diketahui : massa diam $m_0 = 100 \text{ kg}$

Ditanya : v (kec. relatif)
 massa relatif $m = 101 \text{ kg}$

Jawab : $m = \gamma m_0$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{car gamma}$$

$$101 = \gamma \cdot 100$$

$$\gamma = \frac{101}{100}$$

$$= 1,01$$

car kecepda-

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1,01} \quad \text{kuadratkan kedua ruas}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{1}{1,01} \right)^2$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 0,9803$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - 0,9803 = 0,0197$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{0,0197} = 0,140$$

$$v = 0,14 c \quad \text{atau} \quad 0,14 \times 3 \times 10^8 = \underline{\underline{4,2 \times 10^7 \text{ m/s}}}$$

7.) Diketahui : Elektron dipercepat di beda potensial $V = 5 \text{ MV} = 5 \cdot 10^6 \text{ V}$
 muatan elektron $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 massa diam e^- $m_0 = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
 Energi diam $E_0 = m_0 c^2 = 511 \text{ keV} = 0,511 \text{ MeV}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Ditanya : E_k dan massa e^- bergerak, apakah

Jawab :

a.) Energi Kinetik e^-

$$K = qV$$

$$K = (1,602 \cdot 10^{-19}) (5 \cdot 10^6)$$

$$= 8,01 \times 10^{-13} \text{ J} = 5 \text{ MeV}$$

$$\text{Energi kinetik adalah } 5 \text{ MeV} = 8,01 \times 10^{-13} \text{ J}$$

b.) Massa e^- bergerak

$$E = E_0 + K$$

$$E = 0,511 \text{ MeV} + 5 \text{ MeV} = 5,511 \text{ MeV}$$

$$\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{5,511}{0,511} = 10,78$$

$$\text{massa rel} = m = \gamma m_0 = 10,78 \times 9,11 \times 10^{-31}$$

$$m = 9,82 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

c. Kecepatan Elektron

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \quad \gamma = 10,78$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - 0,00861}$$

$$v = c \sqrt{0,99139}$$

$$v = c \cdot 0,9957$$

$$v = 0,996 c \quad \text{atau} \quad 2,99 \times 10^8 \text{ m/s}$$