

Nama: Mila Rosalia Putri

NPM: 2213022099

M.k: Teori Relativitas

Tugas 1

1. Sebuah roket melaju dengan kecepatan v , loncengnya berbunyi 1 detik tertambat dalam 1 jam relatif terhadap lonceng di bumi. Berapa kecepatan roket tersebut?

Jawab:

Diketahui: Lonceng di roket tlat 1 detik dalam 1 jam dibandingkan dengan lonceng di bumi

• Waktu di bumi (dilatasi waktu):

$$\Delta t = 1 \text{ jam} = 3600 \text{ s}$$

• Waktu di roket (Waktu diri / proper time):

$$\Delta t' = 3600 - 1 = 3599 \text{ s}$$

• Rumus dilatasi waktu (relativitas khusus):

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

$$\text{dengan: } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ditanya: Kecepatan roket v ?

Penyelesaian: $3600 = \gamma \times 3599$

$$\gamma = \frac{3600}{3599} = 1,000278$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{3600}{3599}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{3600}{3599}$$

$$= 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{3599}{3600} \right)^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{3599}{3600} \right)^2$$

$$\text{Hitung: } \frac{3599}{3600} = 0,9997222$$

$$= (0,9997222)^2 = 0,9994445 \therefore \approx 0,0005555$$

Jadi,

$$\frac{v^2}{c^2} = 0,0005555$$

$$\Rightarrow v = 7,07 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Jadi kecepatan roketnya

$$v = 7,07 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \sqrt{0,0005555}$$

$$v = 0,02357 c$$

Dengan $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, jadi

$$v = 0,02357 \times 3 \times 10^8$$

2. Diket: $h_0 = 200 \text{ km} = 200.000 \text{ m}$

$v = 0,99 c$

$t_0 = 2,5 \times 10^{-8} \text{ s}$

$c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,99^2}} = 7,0888$$

$$t = \gamma t_0 = 7,0888 \times 2,5 \times 10^{-8} \text{ s} \\ = 1,772 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Jarak yang ditempuh dalam kerangka bumi sebelum meluruh

$$d = vt = 0,99 \times c \times 1,772 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$d = 52,63 \text{ m}$$

Ketinggian saat meluruh (dihat dari bumi)

$$h = h_0 - d = 200.000 \text{ m} - 52,63 \text{ m} = 199.947,4 \text{ m}$$

atau dalam kilometer:

$$h = 199.947 \text{ km} = 199,95 \text{ km}$$

Jadi ketinggian diatas permukaan laut yang diamati dari bumi 199,95 km atau 52,63 m.

3. Dik: $v = 0,97c$

$f_0 = 10^9 \text{ Pulsa / s}$

Dit: $f = ?$

dijawab:

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Masukan $\beta = 0,97$

$$f = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 - 0,97}{1 + 0,97}}$$

$$= \sqrt{\frac{591}{197}} = 0,123$$

Jadi $f = 10^9 \times 0,123$

$$= 1,23 \times 10^8 \text{ pulsa / s}$$

4. Dik: $v = 0,6c = 0,6 \times 3,0 \times 10^8 = 1,8 \times 10^8 \text{ m}$

$L_p = 45 \text{ m}$

Faktor Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = \frac{1}{\sqrt{0,64}} = 1,25$$

Dalam bingkai peron: Panjang keretaukur sama dengan panjang peron, jadi:

$$L_{\text{kereta, peron}} = 95 \text{ m}$$

a). lama kereta melewati suatu titik peron (Menurut pengamat peron)

$$\Delta t = \frac{L_{\text{kereta, peron}}}{v} = \frac{95}{1,8 \times 10^8} = 2,5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Jadi, lama kereta melewati suatu titik peron $2,5 \times 10^{-7} \text{ s}$ (250 ns)

b). $L_0 = \gamma L_{\text{kereta, peron}} = 1,25 \times 95 = 56,25 \text{ m}$

Jadi, Panjang sebenarnya kereta 56,25 m

c). $L_p = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{95}{1,25} = 36 \text{ m}$

Jadi, Panjang peron Menurut pengamat dalam kereta 36 m

d). $\Delta t' = \frac{L_0}{v} = \frac{56,25}{1,8 \times 10^8} = 3,125 \times 10^{-7} \text{ s}$

Jadi, lama sebuah titik peron melewati kereta penuh (Menurut pengamat kereta) $3,125 \times 10^{-7} \text{ s}$

e). Pada kerangka peron: Pakai transformasi Lorentz untuk selang waktu:

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v \Delta x}{c^2} \right)$$

Karena simultan di peron: $\Delta t = 0$

$$\Delta t' = -\gamma \frac{v \Delta x}{c^2} = -1,25 \times \frac{0,6c \times 95}{c^2}$$

$$= -\frac{33,75}{3 \times 10^8} = -1,125 \times 10^{-7} \text{ s} = 1,13 \times 10^{-7}$$

Jadi, selang waktu Menurut pengamat kereta (relativitas simultanitas) $1,13 \times 10^{-7}$

5. Diket: $v_A = 0,9c$

$$v_{BA} = 0,5c$$

Dit: kecepatan pesawat Rusia relatif terhadap bumi (v_{RB})?

Pengalaman:

a). Menurut mekanika klasik

$$v_{RB} = v_A + v_{BA} = 0,9c + 0,5c = 1,4c$$

b). Menurut Einstein (penjumlahan kecepatan relativistik)

$$v_{RB} = \frac{v_A + v_{BA}}{1 + \frac{v_A v_{BA}}{c^2}} = \frac{0,9c + 0,5c}{1 + (0,9)(0,5)} = \frac{1,4c}{1 + 0,45} = \frac{1,4c}{1,45} = 0,9655c$$

Jadi, Menurut mekanika klasik 1,4c, dan Menurut Einstein 0,9655c

6. Diket: $m_0 = 100 \text{ kg}$

$$m = 101 \text{ kg}$$

$$m = \gamma m_0, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Dit: Kelajuan roket?

$$\text{Faktor Lorentz: } \gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{101}{100} = 1,01$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{(1,01)^2}$$

$$(1,01)^2 = 1,0201$$

$$\frac{1}{1,0201} = 0,9803$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - 0,9803 = 0,0197$$

$$\frac{v}{c} = \sqrt{0,0197} = 0,1409$$

$$v = 0,1409 c = 0,1409 \times 3,0 \times 10^8$$

$$v = 4,21 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Jadi kelajuan roket $4,21 \times 10^7 \text{ m/s}$

7. Diket: $V = 5 \text{ MV} = 5 \times 10^6 \text{ V}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $E_0 = 0,511 \text{ MeV}$

a). Energi kinetik elektron:

$$K = eV = (1,6 \times 10^{-19}) (5 \times 10^6) \text{ J}$$

$$K = 8,0 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$K = 5,0 \text{ MeV} \text{ atau } 5 \text{ MeV}$$

b). Massa elektron saat bergerak

$$m = \frac{E}{c^2} = \gamma m_0$$

$$\Rightarrow m = \gamma m_0 = 10,79 \times 9,11 \times 10^{-31}$$

$$= 9,83 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{5,511}{0,511} = 10,79$$

$$= 9,8 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

c). Kelapatan elektron: gunakan γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 10,79$$

$$\Rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{0,9914} = 0,9957$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{(10,79)^2} = 0,00858$$

$$v = 0,9957 c$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - 0,00858 = 0,9914$$