

ELEKTRODINAMIKA

* Kelistrikan

Statis : Gaya, medan, potensial, energi usaha, polarisasi.

Dinamis : Arus listrik

* Kemagnetan

- 1) Medan magnet
- 2) Teori kemagnetan bumi
- 3) Gaya lorentz
- 4) Elektromagnetik

* Muatan Listrik

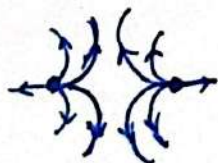
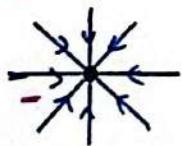
↳ Adalah partikel yang menyebabkan mereka mengalami interaksi elektromagnetik.

$$q = \pm ne$$

(+) Proton = $+1,602 \times 10^{-19}$ Coulomb

(-) Elektron = $-1,602 \times 10^{-19}$ Coulomb

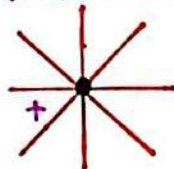
* Muatan Positif



$$\vec{F} = K$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

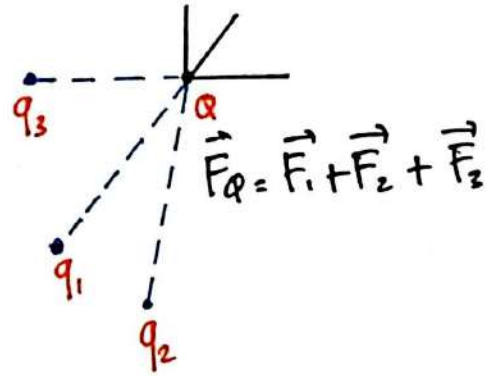
* Muatan Negatif



$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

Contoh penerapan:

1)



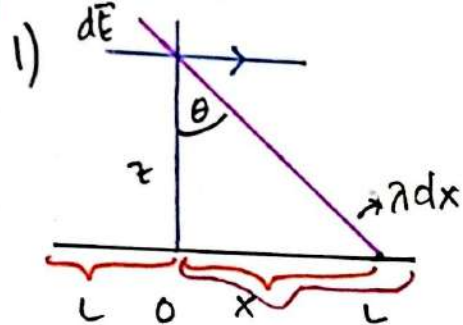
2)

$$\vec{F}_q = kq \left[\frac{q_1}{3^2} \hat{j} + \frac{q_2}{4^2} \hat{i} \right]$$

$$= -kq \left[\frac{q_1}{9} \hat{j} + \frac{q_2}{16} \hat{i} \right]$$

3)

$$\vec{F} = kq \left[\frac{q_1}{5^2} \frac{(-4\hat{i} - 3\hat{j})}{5} + \frac{q_2}{4^2} (\hat{i}) \right]$$



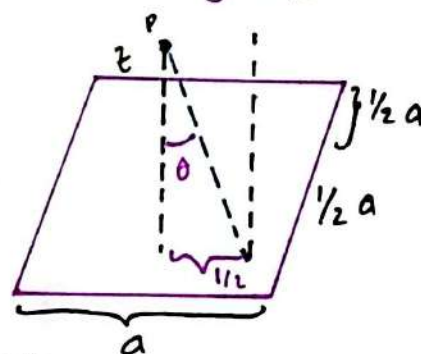
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q}{r^2} \hat{r}_0$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}_0 \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dx}{r^2} \hat{r}_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\vec{E} &= d\vec{E}_x + d\vec{E}_y \\ &= d\vec{E} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{2\lambda dx}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{z \lambda dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \\ &= \frac{2z\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \\ &= \frac{2z\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^L \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \left[\frac{L}{\sqrt{L^2 + z^2}} \right] \end{aligned}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda L}{2\pi\epsilon_0 z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

Berseberangan (cos)



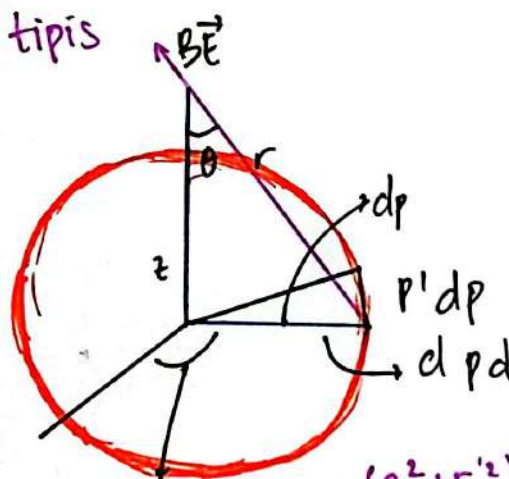
$$\begin{aligned} \vec{E}_z &= \vec{E}'_z \cos \theta \\ &= 4 \vec{E}_z \cos \theta \\ &= 4 \left[\frac{\lambda L}{2\lambda\epsilon_0 z \sqrt{L^2 + z^2}} \right] \cos \theta \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{z'}$$

$$z = z' \cos \theta$$

$$z' = \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}$$

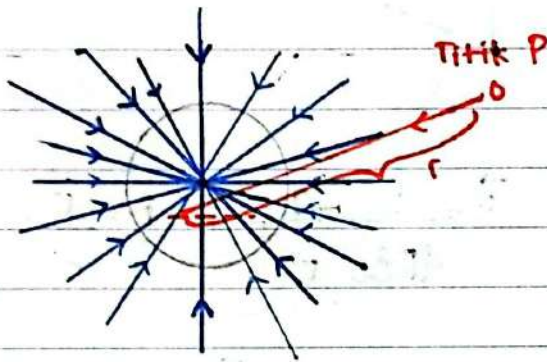
tipis



$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma da}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} 2\pi z \int_0^R \frac{r' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \\ &= \frac{2\pi \sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \int_0^R \frac{d(r'^2 + z^2)}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

MEDAN LISTRIK.

Secara fiktorial medan gravitasi dapat direpresentasikan seperti pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Medan gravitasi yang ditimbulkan oleh masa besarnya medan gravitasi pada titik p adalah

$$\vec{g} = G \frac{M}{r^2} \hat{r} \text{ dengan}$$

$\vec{g}$ = kuat medan gravitasi pada suatu titik.

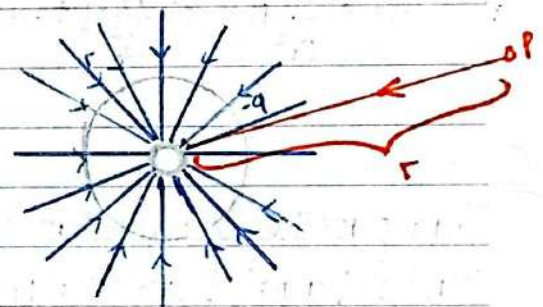
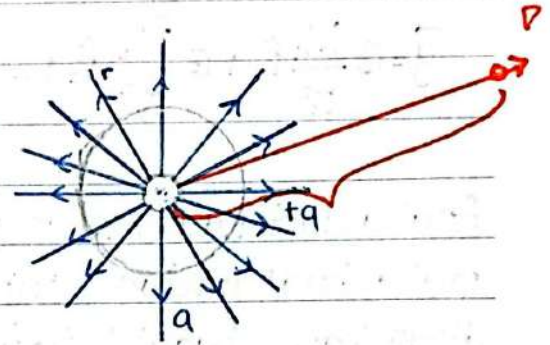
G = konstanta gravitasi.

$$(G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2)$$

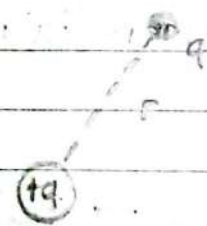
M = masa benda / bumi (kg)

r = jarak sebuah titik terhadap massa (m)

Analog dari medan gravitasi, maka medan listrik direpresentasikan sebagai berikut.



Gambar 2.5 Garis-garis medan yang ditimbulkan muatan listrik



$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

$\vec{E}$ = kuat medan listrik (C/m²)

k = ketetapan coulomb

$$(k = 8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$$

Q = muatan listrik (C)

r = jarak muatan

MEDAN LISTRIK

Jika kuat medan gravitasi ditimbulkan oleh sejumlah masa, maka kuat medan gravitasi pada titik tertentu dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\vec{g} = G \frac{M_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + G \frac{M_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots = \sum_{i=1}^N G \frac{M_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Analog dari kuat medan gravitasi, maka, kuat medan listrik dapat dituliskan sebagai berikut

$$\vec{E} = k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots = \sum_{i=1}^N k \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Contoh:

Tiga partikel bermuatan terdistribusi sebagai berikut: $q_1(4,0) = 2C$, $q_2(0,3) = 5C$, $q_3(0,0) = 10C$.

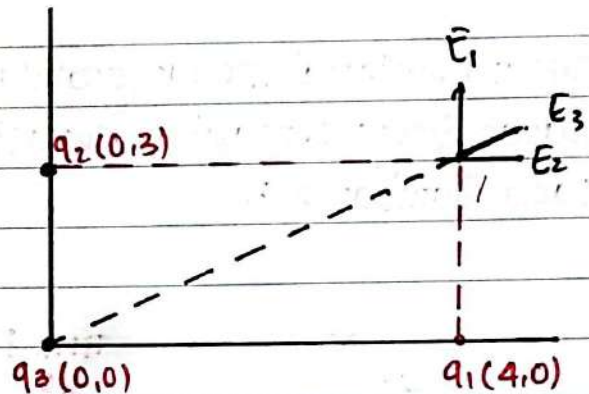
Tentukan:
Medan listrik pada posisi $(4,3)$,
dimana jarak dalam meter.

Solusi:

$$q_1 = +2C \rightarrow (4,0)m$$

$$q_2 = +5C \rightarrow (0,3)m$$

$$q_3 = +10C \rightarrow (0,0) \text{ dan } k = 9 \cdot 10^9$$



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\text{Medan oleh } q_1 \quad \vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{16} (\hat{i})$$

$$\text{Medan oleh } q_2 \quad \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5}{9} (\hat{j})$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10}{25} \left(\frac{4\hat{i} + 3\hat{j}}{5} \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{40}{125} \hat{i} + \frac{30}{125} \hat{j} \right)$$

Medan total

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) (\hat{i}) + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) (\hat{j}) \right]$$

Distribusi Muatan

Distribusi muatan kontinu dianalogikan dengan distribusi masa kontinu. Distribusi masa kontinu dirumuskan $dm = \rho dV$. Analog dengan persamaan tersebut distribusi muatan kontinu dirumuskan $dq = \rho dV$ untuk muatan yang terdistribusi pada luas permukaan, $dq = \lambda dl$ untuk muatan yang terdistribusi pada garis (Griffiths, 1989)

Besarnya medan listrik oleh muatan garis dengan rapat muatan $dq = \lambda dl$

$$\vec{E} = k \int \frac{\hat{r}_0}{r^2} dq$$

$$\vec{E} = k \int \frac{\hat{r}_0}{r^2} \lambda dl$$

Muatan kontinu pada bidang atau permukaan dapat dianalogikan susunan kecil pada suatu bidang

$$\vec{E} = k \int_P \int_V \left(\frac{\hat{r}_0}{r^2} \right) dq,$$

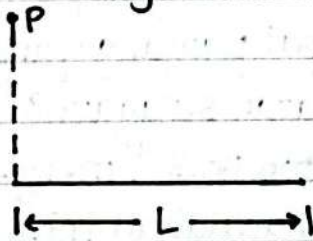
$$\vec{E} = k \int_P \int_V \left(\frac{\hat{r}_0}{r^2} \right) \sigma d\vec{s}$$

Muatan kontinu pada volume dapat dianalogikakan biji di dalam buah jambu biji. Medan listrik yang ditimbulkan oleh muatan kontinue pada volume dapat dihitung dengan mengintegrasikan seluruh muatan di dalam volume tersebut.

$$\vec{E} = k \iiint \left(\frac{\hat{r}_0}{r^2} \right) \rho d\tau$$

DISTRIBUSI MUATAN

- 1) Hitung medan listrik pada salah satu ujung kawat yang panjangnya L (Gambar 2.10) yang membawa muatan seragam λ . Bagaimana besar E , jika $z \gg L$.



Gambar 2.10

Jawaban

Medan listrik oleh muatan terdistribusi analog dari medan listrik oleh muatan listrik.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{p}_0$$

Maka medan listrik oleh muatan kontinue / terdistribusi dapat dihitung dengan 2 cara, yaitu:

a) Hukum Coulomb

Hukum Coulomb pada penerapannya menggunakan integral dalam sistem koordinat kartesian, bola & silinder

1) untuk integral garis

$$\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{p}_0 \rightarrow \text{dengan}$$

$$dq = \lambda dl / \lambda dr$$

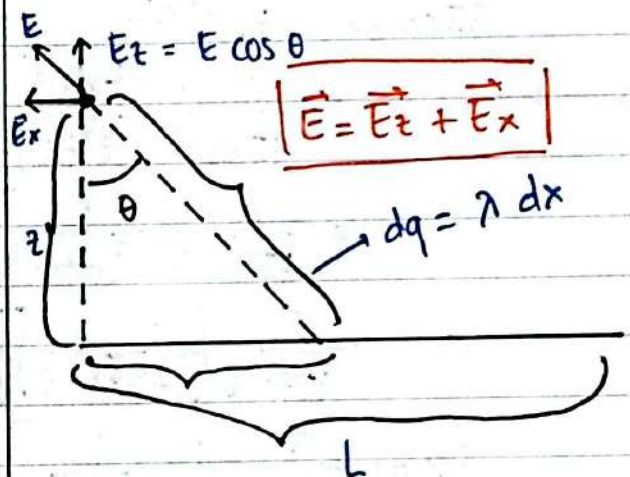
$$\text{sehingga: } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{p}_0$$

2) untuk luas permukaan:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\sigma d\vec{s}}{r^2} \hat{p}_0$$

3) untuk volume

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho d\vec{\delta}}{r^2} \hat{p}_0$$



$$\vec{E}_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L d\vec{E} \cos \theta$$

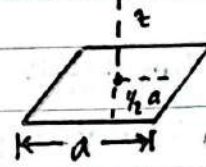
$$\text{Ambil } \vec{E}_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda dx}{r^2}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{z}{r}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_z &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{z \lambda dx}{r^2} = \frac{L}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{z dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \\ &= \frac{z \lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Lihat di daftar integral

DISTRIBUSI MUATAN



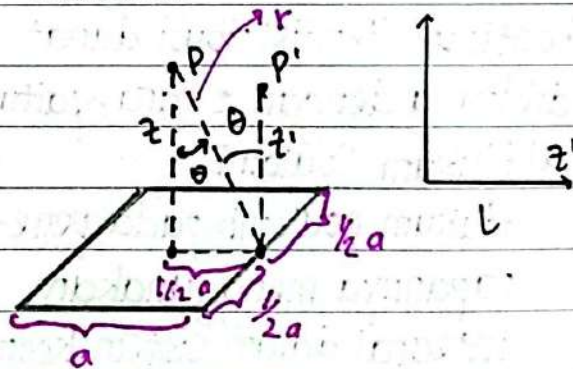
Gambar 2.11

2) Hitung medan listrik sejauh z dari titik tengah loop segi empat panjang yang membawa muatan seragam λ . Gunakan contoh no.3 untuk menyelesaikan permasalahan ini.

kawat yang panjangnya $2L$, dengan $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2}$$

Masalah:



$P = P' \cos \theta$; karena ada 4 sisi, maka

$P = 4 P' \cos \theta$; sehingga

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} = 4 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} \cos \theta$$

$$\int_0^L \frac{dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{1}{z^2} \frac{x}{\sqrt{z^2 + x^2}} \Big|_0^L$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda z \left[\frac{1}{z^2} \frac{x}{\sqrt{z^2 + x^2}} \right]_0^L$$

$$\vec{E}_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{z \sqrt{z^2 + x^2}}$$

$$\vec{E}_x = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{\lambda dx}{p^2} \sin \theta$$

$$= - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{x dx}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$$

arah $\vec{E}_x$ ke kiri = $-\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \int_0^L \frac{dx^2}{(z^2 + x^2)^{3/2}}$

$$= - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \left[-\frac{z}{(z^2 + x^2)^{1/2}} \right]_0^L$$

$$= - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\left(\frac{1}{\sqrt{z^2 + L^2}} - \frac{1}{z} \right) \right]$$

$$\vec{E}_x = - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + L^2}} \right]$$

Jadi, $\vec{E} = \vec{E}_z + \vec{E}_x$

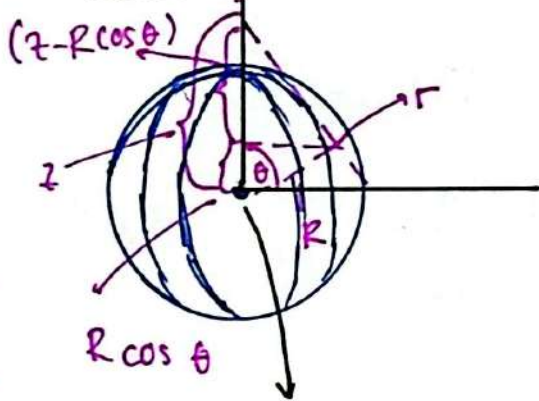
karena $l = \frac{1}{2}a$, dan $z' = r = \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}$
 dan $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}}$, maka

$$\vec{E} = 4 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda(\frac{1}{2}a) \cdot z}{(z^2 + (\frac{1}{2}a)^2) \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}a)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\lambda a z}{(z^2 + a^2/4) \sqrt{z^2 + a^2/4}} \hat{z}$$

5) Bola tipis bermuatan terdistribusi muatan. Hitung medan listrik sejauh z dari pusat lingkaran.

Solusi :



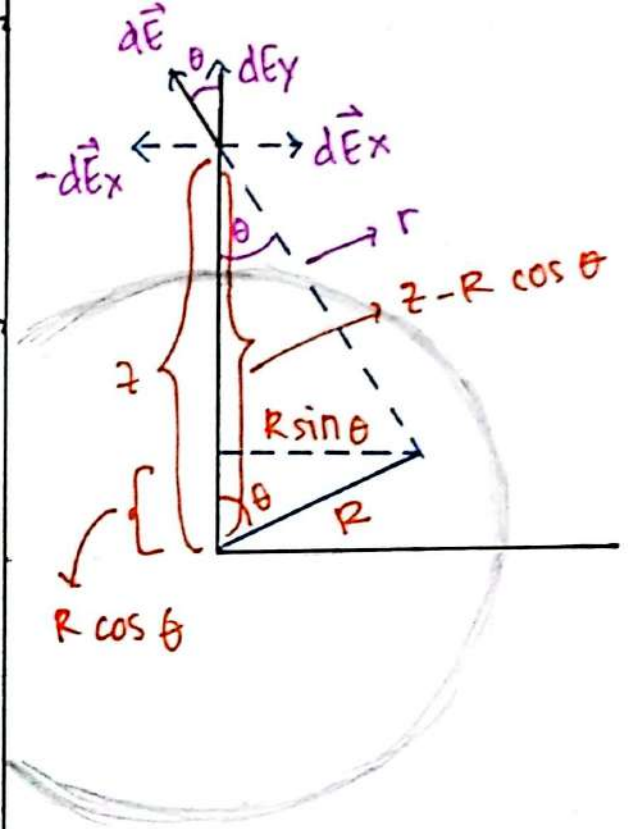
Pandang r

$$r = [(R \sin \theta)^2 + (z - R \cos \theta)^2]^{1/2}$$

$$= [R^2 \sin^2 \theta + (z^2 + R^2 \cos^2 \theta - 2 R z \cos \theta)]^{1/2}$$

$$= [R^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + z^2 - 2 R z \cos \theta]^{1/2}$$

$$r = (R^2 + z^2 - 2 R z \cos \theta)^{1/2}$$



Sekarang hitung $\vec{E}$

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y$$

$$d\vec{E} = dE \cos \theta$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sigma da \cos \theta}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\sigma (z - R \cos \theta) R^2 \sin \theta d\theta d\phi}{(R^2 + z^2 - 2 R z \cos \theta)^{3/2}}$$

MUATAN KONTINU

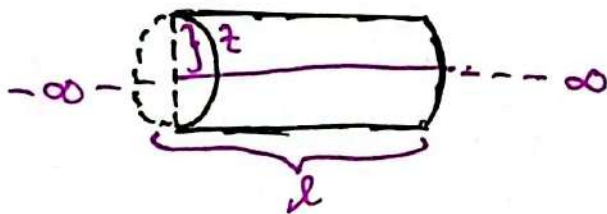
1. Medan listrik
2. Potensial listrik
3. Energi listrik

Pembahasan: Medan listrik
Medan listrik pada benda $\approx$
simetris tinggi dihitung
dengan konsep "Hukum
Gauss"

$$\textcircled{1} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\textcircled{2} \oiint \vec{E} d\vec{a} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

a) Pada kawat panjang sekali



Permukaan Gauss

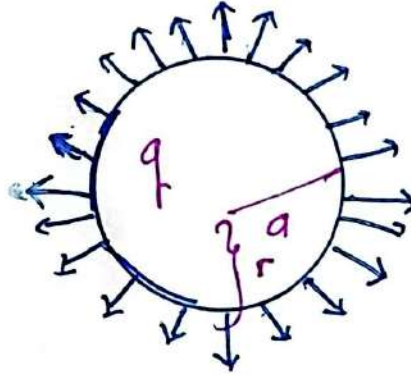
$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q}{\epsilon_0}, Q = \lambda \cdot l$$

$$\vec{E} \cdot a = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} (2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}}$$

b) Bola pejal (bola penuh muatan)
Jari-jarinya a mempunyai
muatan sebagai q . Hitung
medan listrik di luar
bola sejauh r ($r > a$)



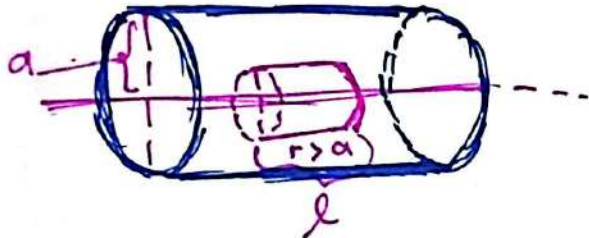
$$\oiint \vec{E} d\vec{a} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} (4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

karena
fluks
medan
listrik
sampai r

c) silinder panjang membawa rapat muatan volume $\rho = kr$. Hitung medan listrik di dalam silinder dengan di luar silinder, jika jari-jari silinder a ..



$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{\omega} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \rightarrow \oint_V \rho_V = q$$

Didalam

$$\begin{aligned} \vec{E}(2\pi r l) &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\omega \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^r \int_0^{2\pi} \int_0^l (kr) r dr d\phi dz \\ &= \frac{2\pi l k}{\epsilon_0} \int_0^r r^2 dr \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(2\pi r l) &= \frac{2}{3} \frac{\pi l k}{\epsilon_0} r^3 \\ \vec{E} &= \frac{k r^2}{3\epsilon_0} \hat{r}, r < a \end{aligned}$$

Di luar

$$\begin{aligned} \vec{E}(2\pi r l) &= \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^l (kr) r dr d\phi dz \\ &= \frac{2\pi k l}{\epsilon_0} \int_0^a r^2 dr \\ \boxed{\vec{E} = \frac{ka^3}{3\epsilon_0 r}} &= \frac{2}{3} \frac{\pi k l}{\epsilon_0} a^3 \end{aligned}$$

POTENSIAL LISTRIK

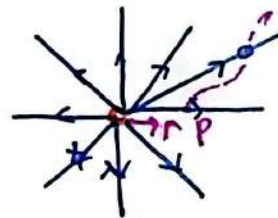
→ dianalogikan sebagai potensial gravitasi yang didefinisikan sebagai perubahan energi persatuan masa.

$$V = \frac{W}{m} = \frac{G \frac{M \cdot m}{r}}{m} = G \frac{M}{r}$$

$$V = G \frac{m_1}{r_1} + G \frac{m_2}{r_2} + \dots =$$

$$\sum_{i=1}^n G \frac{m_i}{r_i}$$

Analog dari potensial gravitasi, potensial listrik merupakan perubahan energi potensial per satuan muatan.



Muatan q digerakkan oleh suatu gaya titik P .

$$dV = \frac{dU}{q_0} = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Beda potensial listrik

$$\int_a^b dV = \int_{ra}^{rb} -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\begin{aligned}
 V(b) - V(a) &= -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_a^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\
 &= \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_a^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \\
 &= -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V(b) - V(a) &= \int_a^b (\nabla V) \cdot d\mathbf{l} \\
 \int_a^b (\nabla V) \cdot d\mathbf{l} &= -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

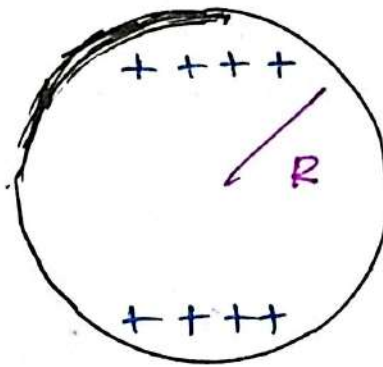
$$V_b - V_a = kQ \left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right]$$

$$V_b - V_a = kQ \left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right]$$

Besar potensial secara umum ditulis:

$$V_p = k \frac{Q}{r}$$

POTENSIAL LISTRIK PADA BOLA KONDUKTOR



↳ didalam bola nilai medan listrik adalah nol, tetapi untuk potensial listrik tidak sama dengan nol

$$V_b = V_a = -\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$V_b - V_a = 0, \text{ dimana}$$

$$-V_a = V_b = k \frac{q}{r}$$

$$V = k \frac{q}{r}$$