

Matkul: Fisika Modern (Pert-3)

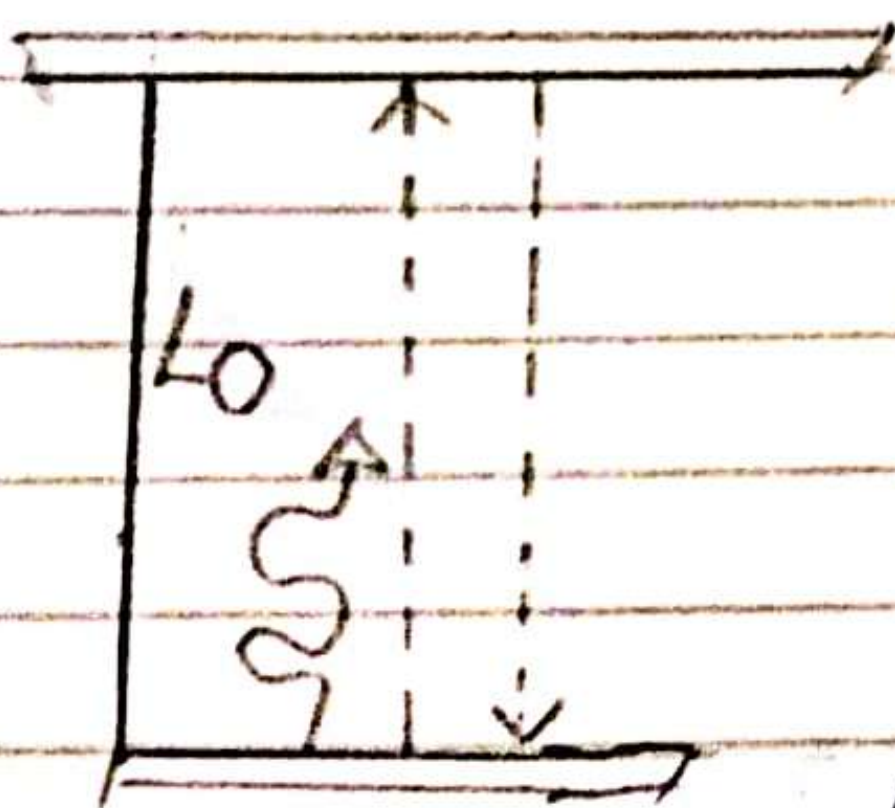
Bab 4 Relativitas Khusus

Beberapa akibat dari postulat Einstein dengan membahas transformasi matematis yang menunjukkan bahwa cahaya adalah besaran yang mutlak. Kedua postulat Einstein adalah:

1. Hukum fisika dapat dinyatakan dalam persamaan yang berbentuk sama dalam semua kerangka acuan yang bergerak dengan kecepatan tetap satu terhadap lainnya.
2. Kelajuan cahaya dalam ruang hampa sama besar untuk semua pengamat, tidak tergantung dari keadaan gerak pengamat.

4.1 Dilatasi Waktu

Gambar 1 adalah kerangka O (diam) dan sebuah cermin berada pada jarak L_0 dari sumber cahaya diam. Sehingga waktu yang dibutuhkan cahaya untuk pulang pergi adalah $\Delta t_0 = t_1 + t_2$, dengan $t_1 = t_2 = \frac{L_0}{c}$

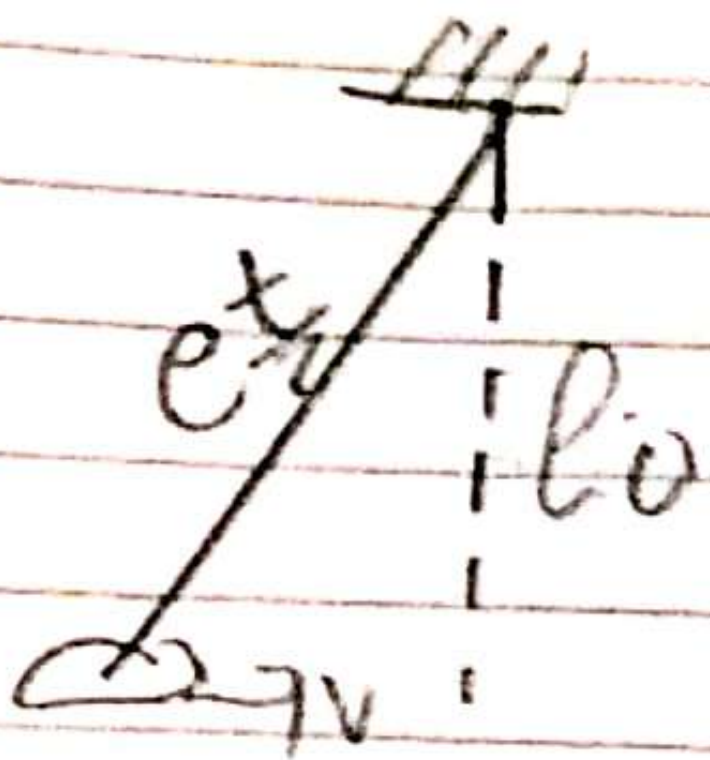


Sehingga didapatkan: $\Delta t_0 = 2t_1 = 2t_2 = \frac{2L_0}{c}$

dengan $t = \Delta t_0$ = waktu diam (proper time), karena suatu kejadian diam diukur oleh pengamat diam.

Dari pers. diatas, maka $L_0 = \left(\frac{c \Delta t_0}{2} \right)$

Tinjau kembali ke pemuaian waktu
kasusnya roket bergerak dengan kecepatan v lalu
memancarkan cahaya



$$l_0^2 = (ct)^2 - (vt)^2$$

$$= \frac{t^2}{4} (c^2 - v^2)$$

$$t^2 = \frac{4l_0^2}{c^2 - v^2} = \frac{4l_0^2}{c^2(1 - \frac{v^2}{c^2})} = \frac{4l_0^2/c^2}{(1 - \frac{v^2}{c^2})}$$

$$= \frac{4l_0/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \text{pemuaian waktu}$$

S < elang pada loncer yang diam
relatif terhadap pengamat

l - mengamati pd loncer dalam klada
gerak relatif terhadap pengamat

v = kecepatan gerak relatif (kecepatan roket)

Contoh: Berapa kelajuan roket yang lonceranya
banyak 1 detik tertambat dalam 1 jam relatif
terhadap loncer di bumi.

Dik: loncer dalam keadaan gerak, berarti $t_0 = 3600$
 $t_0 = 3600$ detik, maka.

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{t_0}{t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{t_0^2}{t^2}$$

$$v^2 = c^2 \left(1 - \frac{t_0^2}{t^2}\right)$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{t_0^2}{t^2}} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left(\frac{3600}{3600}\right)^2}$$

efek Doppler $f = f_0 \left(\frac{1+v_0}{1-v_0} \right)$ v = kecepatan pengamat
y berubah v = kecepatan sumber

Efek Doppler Transversal Cahaya

$$b = \frac{b_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{t_0}$$

$$t = t_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \rightarrow \text{efek Doppler transversal}$$

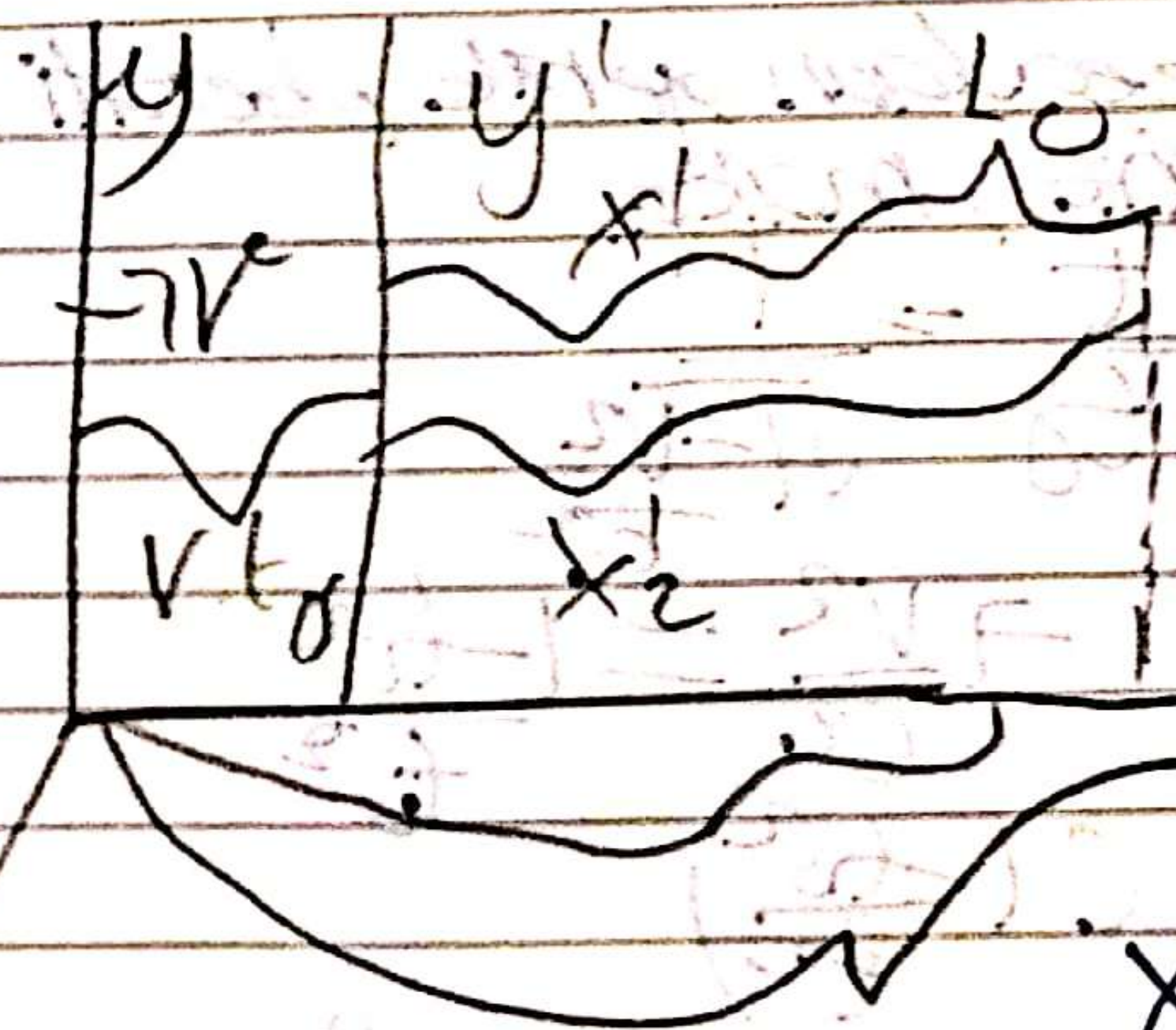
$$V = k_{ac} \cdot \rho_{org} \cdot m_{org}$$

Selanjutnya secara numis

$$t = t_0 \frac{\sqrt{1 + v/c}}{1 - v/c}$$

Percepatan panjang

Benda yang bergerak dengan kec. v_1 dan panjang lebih pendek dari panjang. $mulu - mula = 0$



$$L_0 = x_2' - x_1'$$

$$L = X_2 - X_1$$

$$X'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad X'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_1 = v_1 + \gamma_1 \sqrt{1 - v_1^2/c^2}$$

$$X^2 = v \cdot t \cdot X_1 \sqrt{1 - v^2}$$

$$x_2 = vt + x_2' \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

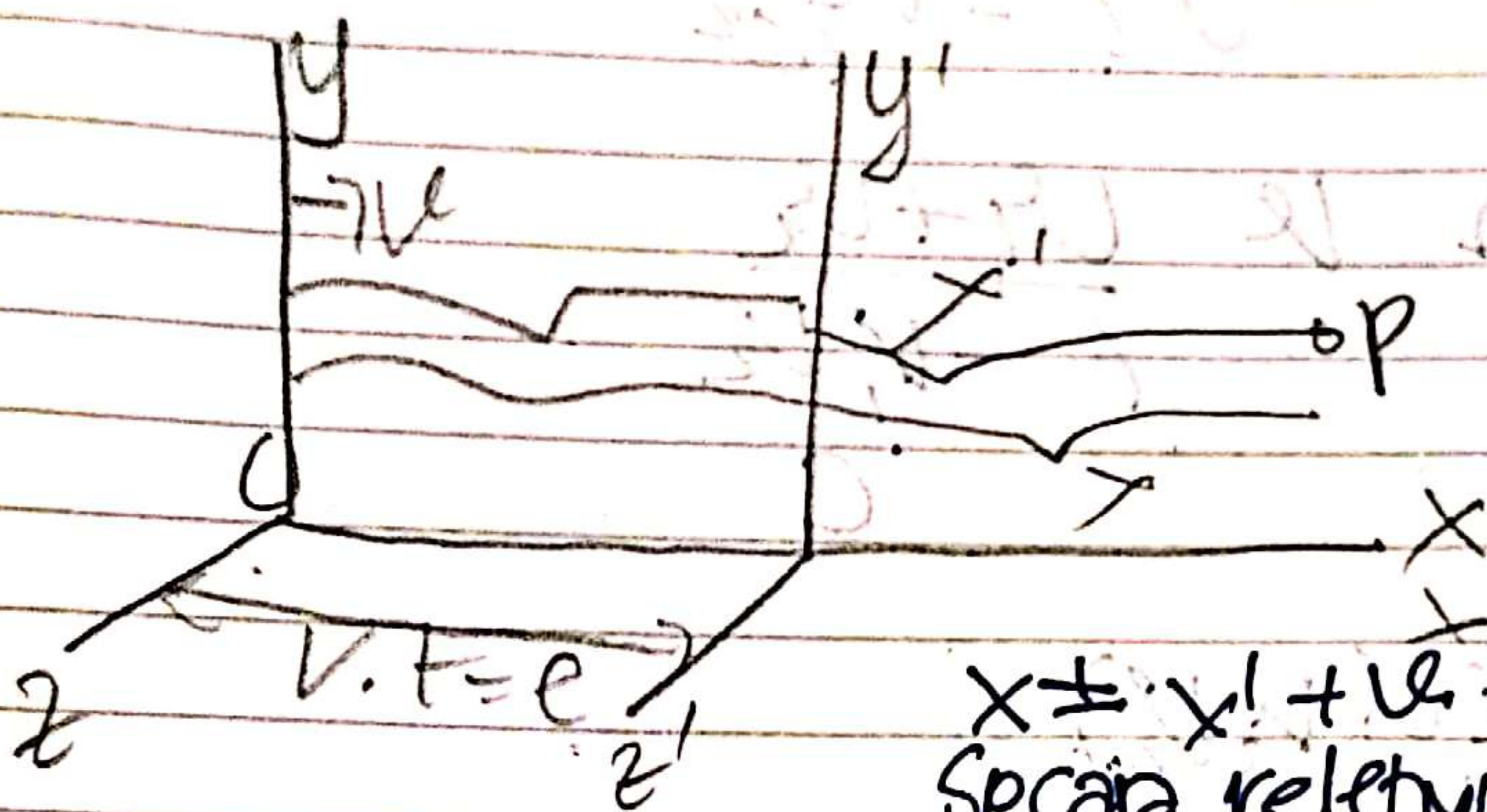
$$x_1 = vt + x_1' \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$x_2 - x_1 = (x_2' - x_1') \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\Delta L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Jadi, akan nampak lebih pendek dan panjang mula-mula kalau berada tersebut bergerak dengan kecepatan

Kontak Lorentz



Secara matematis

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Selanjutnya

$$t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Bagaimana prosesnya?
perhatikan gambar!

posisi p dilihat dari x

$$x = x' + vt' \quad \dots (1)$$

$$= x' + e$$

atau pembuktian dengan menggunakan panjang (kontak panjang)

Dalam relativitas klasik kita
memperoleh

$$x = x' + v \cdot t \rightarrow x = \frac{x' + v \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t = t_0 \rightarrow t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t = t' + \frac{x'}{c} \cdot v \rightarrow t = \frac{t' + \frac{x'}{c} v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = v_1 + v_2 \rightarrow v = \frac{v_1 + v_2}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

v ke sistem (v_1, v_2, v_3)
 v_1 ke benda 1
 v_2 ke benda 2

①

$$x = x' + v \cdot t$$

$$x' = x - v \cdot t$$

↓

(Central Beam)

Problem 5

Dik: Pemendekan panjang (ΔL) = 2% = 0,02

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$L = (1 - 0,02) L_0 = 0,98 L_0$$

Jawab:

$$0,98 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$(0,98)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$0,9604 = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - 0,9604$$

$$= 0,0396$$

$$v = c \sqrt{0,0396}$$

$$= c \times 0,199$$

Jadi, kecepatan robot adalah 0,199c atau sekitar 19,9% kecepatan cahaya

Dik:

$$L_0 = 12.740 \text{ km} = 1,274 \times 10^7 \text{ m}$$

$$v = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Dit: Penurunan diameter

Jawab:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{2 \times 10^8}{3 \times 10^8} \right)^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{4}{9} = 0,4444$$

$$L = L_0 \sqrt{1 - 0,4444}$$

$$L = L_0 \sqrt{0,5556}$$

$$L = 1,274 \times 10^7 \times 0,7459$$

$$= 9,49 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\Delta L = L_0 - L$$

$$\Delta L = 1,274 \times 10^7 - 9,49 \times 10^6$$

$$= 3,25 \times 10^6 \text{ m} = 3.250 \text{ km}$$

Diameter bumi akan berkurang sebesar

$$3.250 \text{ km}$$

3.) Dik: $L_0 = 1\text{m}$
 $v = 0,8c$
 $\theta = 60^\circ$

Dit: komponen sejajar sumbu $x \rightarrow L_x = L_0 \cos \theta = 1 \times \cos 60^\circ = 0,5\text{m}$
 Komponen tegak lurus sumbu $x \Rightarrow y = L_0 \sin \theta = 1 \times \sin 60^\circ = 0,866\text{m}$

$$L_x' = L_x \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$= 0,5 \sqrt{1 - (0,8)^2}$$

$$= 0,5 \sqrt{1 - 0,64}$$

$$= 0,5 \sqrt{0,36}$$

$$= 0,5 \times 0,6 = 0,3\text{m}$$

$$L' = \sqrt{(L_x')^2 + (L_y')^2}$$

$$= \sqrt{(0,3)^2 + (0,866)^2}$$

$$= \sqrt{0,09 + 0,75}$$

$$= \sqrt{0,84} = 0,916\text{m}$$

$$\tan \theta' = \frac{L_y'}{L_x'} = \frac{0,866}{0,3} = 2,887$$

$$\theta' = \tan^{-1}(2,887) = 70,9^\circ$$

4.) Dik: $v_{\text{bus}} = 15\text{m/s}$
 $v_{\text{penumpang}} = 2\text{m/s}$

Dit: a) pendekatan non relativistik
 b) pendekatan relativistik

Jawab: a) $v_{\text{total}} = v_{\text{bus}} + v_{\text{penumpang}}$
 $= 15\text{m/s} + 2\text{m/s}$
 $= 17\text{m/s}$

b) $v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$
 $= \frac{15 + 2}{1 + \frac{15 \times 2}{(3 \times 10^8)^2}}$
 $= 17\text{m/s}$

5.) Dik: $v_A = 0,8c$
 $v_B = 0,6c$

Dit: a) Adakah B menurut pengamat di Bumi?
 b) ker. A menurut B?

Jawab: c) kec. B menurut A?

- a) Kecepatan A menurut pengamat = $0,8C$
 Kecepatan B menurut pengamat = $0,6C$
 b) Kec. B menurut A menurut B

$$v_1 = \frac{v_A - v_B}{1 - \frac{v_A v_B}{c^2}}$$

$$= \frac{0,8C - 0,6C}{1 - \frac{(0,8C)(0,6C)}{c^2}}$$

$$= \frac{0,8C + 0,6C}{1 + 0,48} = \frac{1,4C}{1,48} = 0,946C$$

- ② Dik: $D = 12,740 \text{ km}$ $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
 $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

Jawab: $(l_0 - l) =$

$$\gamma = \frac{1}{(1 - \frac{v^2}{c^2})} \rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{(3 \times 10^8)^2}{(3 \times 10^8)^2} = 10^{-8}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} \approx 1 + \frac{1}{2}x$$

$$\gamma \approx 1 + \frac{1}{2} \times 10^{-8}$$

$$\gamma \approx 5 \times 10^{-9}$$

$$L_0 - l = l - \frac{l_0}{\gamma}$$

$$L_0 - l = l \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$$

$$\frac{1}{\gamma} = 1 - \frac{1}{2} \times 10^{-8}$$