

Nama : Devi Anatasya Banurea

NPM : 2313022017

Kelas : 23A

Ujian Tengah Semester Genap 2025

Sabtu, 19 April 2025

1. Ada tiga muatan seperti pada gambar berikut



a. Gambar gaya-gaya pada titik P

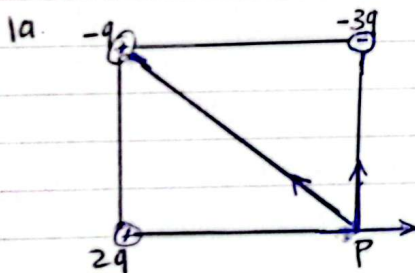
b. Hitung besar gaya tersebut

c. Hitung medan listrik pada titik tersebut

d. Hitung besar medan listrik pada titik tersebut

e. Hitung Pula Potensial listrik pada titik itu

Jawaban:



1b. Diketahui: $q_1 = -q$

$q_2 = 2q$

$r = a$

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{a^2}$$

$$F_1 = k \frac{-q \cdot 2q}{a^2} = \frac{2kq^2}{a^2}$$

→ Gaya oleh muatan $-3q$ pada titik P

Dik: $q_1 = -3q$

$q_2 = 2q$

$$r = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$F_2 = k \frac{-3q \cdot 2q}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{6kq^2}{2a^2} = \frac{3kq^2}{a^2}$$

→ Arah: kearah muatan $-3q$, yaitu diagonal kanan atas. (sudut 45° terhadap horizontal)

Pecah gaya F_z ke dalam komponen

$$F_{zx} = F_z \cdot \cos 45^\circ = \frac{3kq^2}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{zy} = F_z \cdot \sin 45^\circ = \frac{3kq^2}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Jumlah gaya total.

Sumbu x $F_x = F_{zx} = \frac{3kq^2}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$

Sumbu y $F_y = F_1 + F_{zy} = \frac{2kq^2}{a^2} + \frac{3kq^2}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

1c. Karena titik P ditempati oleh muatan $2q$, maka dapat mengelilingi medan listrik titik P sebelum ada $2q$, yaitu dari $-q$ dan $-3q$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$r = a\sqrt{2}$$

→ Medan dari $-q$

$$E_1 = k \frac{-q}{(a\sqrt{2})^2} = k \frac{q}{2a^2}$$

arah: karena sumber muatan negatif medan listrik menuju ke $-q$ (arah ke atas)

yaitu arah miring kekiri

→ Medan dari $-3q$

$$E_2 = k \frac{-3q}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3kq}{2a^2}$$

arah: menuju ke $-3q$, arah miring ke atas - kanan

$$\text{komponen: } E_{2x} = \frac{3kq}{2a^2} \frac{\sqrt{2}}{2}, E_{2y} = \frac{3kq}{2a^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1d. Misalkan E_1 dan E_2 masing-masing memiliki komponen x dan y, karena sudutnya 45°

komponen E_1 :

$$E_{1x} = -E_1 \cos 45^\circ = -\frac{E_1}{\sqrt{2}}$$

komponen E_2 :

$$E_2 = E_2 \cos 45^\circ = \frac{E_2}{\sqrt{2}}$$

$$E_{2y} = E_2 \sin 45^\circ = \frac{E_2}{\sqrt{2}}$$

$$E_{2y} = E_2 \sin 45^\circ = \frac{E_2}{\sqrt{2}}$$

Total Medan disumbu x

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = -\frac{E_1}{\sqrt{2}} + \frac{E_2}{\sqrt{2}} = \frac{E_2 - E_1}{\sqrt{2}}$$

Total Medan disumbu y

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = \frac{E_1}{\sqrt{2}} + \frac{E_2}{\sqrt{2}} = \frac{E_1 + E_2}{\sqrt{2}}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

Substitusi : $E_1 = \frac{kq}{2a^2}$, $E_2 = \frac{3kq}{2a^2}$

$$E_x = \frac{3kq/2a^2 - kq/2a^2}{\sqrt{2}} = \frac{kq}{\sqrt{2}a^2}$$

$$E_y = \frac{3kq/2a^2 + kq/2a^2}{\sqrt{2}} = \frac{2kq}{\sqrt{2}a^2}$$

$$E = \sqrt{\left(\frac{kq}{\sqrt{2}a^2}\right)^2 + \left(\frac{2kq}{\sqrt{2}a^2}\right)^2}$$

$$E = \sqrt{\frac{k^2q^2}{2a^4} + \frac{4k^2q^2}{2a^4}} = \sqrt{\frac{5k^2q^2}{2a^4}} = \frac{kq}{a^2} \sqrt{\frac{5}{2}}$$

1e. $V = V_1 + V_2$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$V_1 = \frac{k \cdot q}{a\sqrt{2}}$$

$$V_2 = k \frac{-3q}{a\sqrt{2}}$$

$$V = V_1 + V_2 = k \frac{-q-3q}{a\sqrt{2}} = k \frac{-4q}{a\sqrt{2}} = \frac{-4kq}{a\sqrt{2}}$$

2. Sebuah batang Panjangnya L , rapat muatan per satuan panjang adalah λ

Hitung: a. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat

b. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z ditengah-tengah kawat

Jawab

2a. $x=0$ sampai $x=L$

Medan listrik di titik P akibat elemen kecil $dp = \lambda dx$ maka:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

Karena medan listrik berbentuk vektor, maka 1 kus pada komponen vertikal (karena simetri)

$$dE_z = dE \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

$$dE_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + z^2)^{3/2}} dx$$

Integral dari $x=0$ sampai $x=L$

$$E_z = \frac{2z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

menggunakan substitusi $x = z \tan \theta$, $dx = z \sec^2 \theta d\theta$
 $x^2 + z^2 = z^2 \sec^2 \theta$

$$E_z = \frac{2}{4\pi\epsilon_0 z} (\sin \theta) \Big|_{\theta_0}^{\theta_1}$$

dengan:

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{0}{z}\right) = 0$$

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{L}{z}\right)$$

$$\text{Sehingga: } E_z = \frac{2}{4\pi\epsilon_0 z} \left(\sin(\tan^{-1}(\frac{L}{z})) - \sin(0) \right)$$

$$\text{karena: } \sin(\tan^{-1}(\frac{L}{z})) = \frac{L}{\sqrt{L^2+z^2}}$$

$$\text{maka: } E_z = \frac{2}{4\pi\epsilon_0 z} \times \frac{L}{L^2+z^2}$$

$$\text{2b. } x = -\frac{L}{2} \text{ ke } \frac{L}{2}$$

$$E_z = \frac{2z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{2}{2\pi\epsilon_0 z} \left(\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{(L/2)^2+z^2}} \right)$$

3. Hitung medan listrik pada bola konduktor dengan rapat muatan σ dengan jari-jari R

Jawab:

→ di luar bola ($r > R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$Q = \sigma \times 4\pi R^2$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 4\pi R^2}{r^2}$$

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

→ di dalam bola ($r < R$)

karena konduktor, medan listrik = 0

4. Bila kuat listrik $E = kr^3 \hat{r}_0$ dalam koordinat bola, dengan $k = \text{konstan}$

a. hitung rapat muatannya

b. Cari muatan total yang terdapat dalam suatu bola dengan jari-jari R berpusat di 0

Jawab:

$$4a. \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E_r)$$

$$r^2 E_r = kr^5$$

$$\frac{d}{dr} (r^2 E_r) = 5kr^4$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} (5kr^4) = 5kr^2$$

$$\rho = \epsilon_0 (5kr^2)$$

$$4b. Q = \int \rho dV$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$Q = \int_0^R \epsilon_0 (5kr^2) (4\pi r^2) dr$$

$$= 20\pi \epsilon_0 k \int_0^R r^4 dr$$

$$= 20\pi \epsilon_0 k \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R$$

$$= 4\pi \epsilon_0 k R^5$$