

Nama : Mia Dwi Manggarani

NPM : 2313022019

Kuas : 23 A

UTS Keistrian dan kemagnetan

②. Diketahui : Panjang batang : L

rapat muatan linear : λ

Titik P berjarak z dari : a). ujung kawat

b). Tengah-tengah kawat

Ditanya : a. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat

b. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas tengah-tengah kawat

Penyelesaian :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

a). koordinat dengan kawat dari $x=0$, $x=L$, dan titik P berada di atas titik $x=0$, sejauh z

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $x=0$ hingga $x=L$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^L = \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2 + z^2}}$$
$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} = \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2 + z^2}}$$

* gambar a



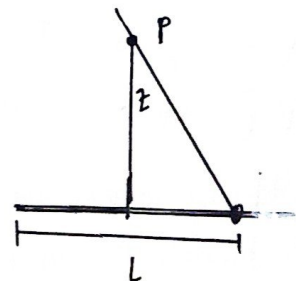
b). kawat dari $x = -\frac{L}{2}$ hingga $x = \frac{L}{2}$, titik P di atas titik tengahnya

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $-\frac{L}{2}$ sampai $\frac{L}{2}$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$
$$= \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^{L/2} = \frac{L}{2z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$
$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{2z \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$

* gambar b.



③. Diketahui : > Bola konduktor pejal (Penuh) bermuatan

> Rapat muatan permukaan : σ

> jari-jari bola : R

Ditanya : kuat medan listrik E di berbagai posisi (terutama di luar dan di dalam bola)

Penyelesaian :

Untuk konduktor, muatan hanya berada di permukaan, sehingga

- > Di dalam bola ($r < R$): $E = 0$
- > Di luar bola ($r \geq R$): medan listrik seperti muatan titik
- > Total muatan bola:

$$Q = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

- > medan listrik di dalam bola konduktor ($r < R$)

$$E = 0$$

- > medan listrik di luar bola ($r \geq R$)

Gunakan hukum Gauss:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

Substitusi $Q = \sigma \cdot 4\pi R^2 =$

$$E = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}, \text{ jadi } \Rightarrow \text{ untuk } r < R : E = 0$$

$$\Rightarrow \text{ untuk } r \geq R : E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} //$$

④. Diketahui:

$$\vec{E} = kr^3 \hat{r}, \text{ dengan } k: \text{konstanta}$$

$\hat{r}$: faktor satuan

Ditanya: a. Rapat muatan (ρ)

b. muatan total dalam bola berjari-jari (R)

Jawab:

a). Rapat muatan (ρ)

- > Hukum Gauss dalam bentuk differensial (divergensi medan listrik)

$$\Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \text{ (medan listrik bersifat radial "hanya bergantung pada r")}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E(r))$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^3)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} 5kr^2$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2, \text{ maka } : \rho(r) = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = 5k\epsilon_0 r^2 //$$

b). Hitung muatan total dalam bola jari-jari (R)

- > Integrasikan rapat muatan terhadap volume bola:

$$Q = \int \rho(r) dv, dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

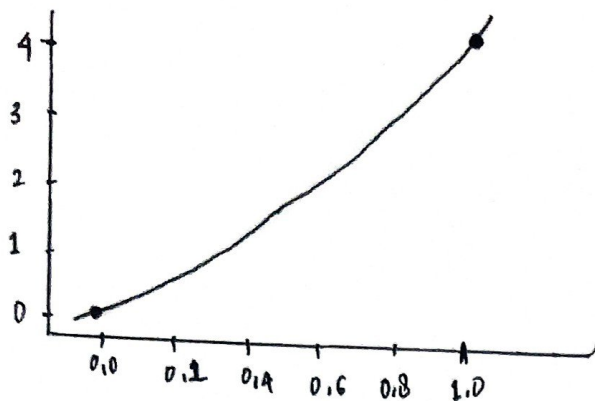
$$= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R 5k\epsilon_0 r^2 \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$= 5k\epsilon_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^4 dr$$

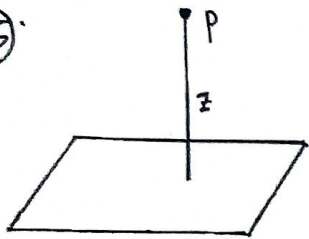
$$= 5k\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^5}{5}$$

$$Q = 4\pi \epsilon_0 k R^5 //$$

Grafik rapat muatan $P(r)$ terhadap jarak r



⑤



Jawab: medan listrik vertikal E_z yaitu:

$$E_z = \frac{2ke\lambda}{z} \sin \theta, \text{ di mana : } ke = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$\lambda = \text{muatan /}$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{s/2}{z} \right)$$

total medan 4 sisi

$$E_{\text{total}, z} = 4 E_{\text{sisi}, z} = 4 \cdot \frac{2ke\lambda}{z} \sin \theta = \frac{8ke\lambda}{z} \sin \theta$$

$$\text{dengan } \sin \theta = \frac{s/2}{\sqrt{z^2 + (s/2)^2}} = \frac{s}{2\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

Sehingga,

$$E_z = \frac{8ke\lambda}{z} \cdot \frac{s}{2\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}} = \frac{4ke\lambda s}{z\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

$$ke = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\lambda s}{\pi\epsilon_0 z \sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}} //$$