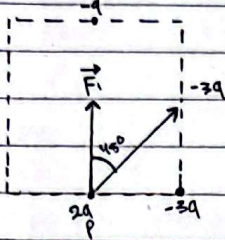


Nama : Ariya Mustofa

NPM : 2313022007

Kelas : 23 A

1 a) Gambar gaya-gaya pada titik P



b) Hitung besar gaya di titik P

$$F = k_e \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

dengan $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

• Gaya oleh $-q$ (jarak a):

$$F_1 = k \frac{|2q \cdot (-q)|}{a^2} = \frac{2k_e q^2}{a^2}$$

arah = ke atas

• Gaya oleh $-3q$ (jarak $\sqrt{2}a$)

$$F_2 = k_e \frac{|2q \cdot (-3q)|}{(2a^2)} = \frac{6k_e q^2}{2a^2} = \frac{3k_e q^2}{a^2}$$

arah = ke arah kanan atas (sudut 45° dari horizontal)

komponen gaya oleh $-3q$

$$\cdot x: F_{2x} = \frac{3k_e q^2}{a^2} \cdot \cos(45^\circ) = \frac{3k_e q^2}{a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cdot y: F_{2y} = \frac{3k_e q^2}{a^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Total gaya

$$\cdot F_x = F_{2x} = \frac{3k_e q^2}{a^2 \sqrt{2}}$$

$$\cdot F_y = F_1 + F_{2y} = \frac{2k_e q^2}{a^2} + \frac{3k_e q^2}{a^2 \sqrt{2}}$$

c) Hitung medan listrik di titik P

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \sum \frac{k_e \cdot q_i}{r^2} \hat{r}_i$$

medan oleh $-q$ (jarak a)

$$E_1 = \frac{k_e \cdot | -q |}{a^2} = \frac{k_e q}{a^2} \text{ (arah ke atas)}$$

medan oleh $-3q$ (jarak $\sqrt{2}a$)

$$E_2 = \frac{3k_e q}{2a^2} \text{ (arah-kanan atas)}$$

$$\cdot \text{Total medan} \cdot E_x = E_{2x} = \frac{3k_e q}{2a^2 \sqrt{2}}$$

$$\cdot E_y = E_1 + E_{2y} = \frac{k_e q}{a^2} + \frac{3k_e q}{2a^2 \sqrt{2}}$$

D) Hitung besar medan listrik

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{3keq}{2a^2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{keq}{a^2} + \frac{3keq}{2a^2\sqrt{2}}\right)^2}$$

E) Hitung potensial listrik

$$V = \sum V_i = \sum \frac{keq_i}{r_i}$$

$$\cdot \text{ Dari } q : V_1 = \frac{-keq}{a}$$

$$\cdot \text{ Dari } -3q : V_2 = \frac{-3keq}{\sqrt{2}a}$$

$$V_{\text{total}} = \frac{-keq}{a} - \frac{3keq}{\sqrt{2}a} = \frac{-keq}{a} \left(1 + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$$

2) diketahui :

Panjang batang : L

Rapat muatan per satuan panjang = λ

Akan dihitung medan listrik di titik P

- 1 ujung kawat

- 1 tengah kawat

Jawab :

a) Titik P berada di jarak z dari ujung batang

Asumsikan batang membentang dari $x=0$ sampai $x=L$, dan titik P berada di sumbu x, pada $x=-z$

$$E = \int_0^L \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{(x+z)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x+z)^2}$$

Substitusi $u = x+z$, maka

$$du = dx, x=0 \rightarrow u=z, x=L \rightarrow u=L+z$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_z^{L+z} \frac{1}{u^2} du = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{u} \right]_z^{L+z} = \frac{\lambda}{4\epsilon_0} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{L+z} \right)$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{L+z} \right)$$

Arah medan listrik = sepanjang sumbu x, menjauhi batang jika $\lambda > 0$

b) Titik P berada di tengah (jarak z tegak lurus ke atas kawat)

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}, dq = \lambda dx$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2}$$

Hanya komponen vertikal yg tersisa

$$dE_y = dE \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda z dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $x = -L/2$ ke $L/2$

$$\begin{aligned}
 E_y &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} \\
 &= \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2+a^2}} + C \\
 &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2+z^2}} \right]_{-L/2}^{L/2} \\
 &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{L/2}{z^2 \sqrt{(L/2)^2+z^2}} - \left(-\frac{L/2}{z^2 \sqrt{(L/2)^2+z^2}} \right) \right) \\
 &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{L}{z^2 \sqrt{(L/2)^2+z^2}} \right) \\
 E &= \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{(L/2)^2+z^2}}
 \end{aligned}$$

Arah medan listrik = tegak lurus dari batang, ke arah titik P (keatas jika $\lambda > 0$)

3) Diketahui

Bola konduktor bermuatan total Q

Muatan tersebar merata di seluruh Volume bola

Jari-jari bola : R

Ditanya

1. medan listrik di dalam bola ($r < R$)
2. medan listrik di luar bola ($r > R$)
3. Grafik E vs r

Jawab

1. $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$Q_{\text{dalam}} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = Q \cdot \left(\frac{r^3}{R^3} \right)$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{dalam}}}{\epsilon_0} = \frac{Q \cdot \left(\frac{r^3}{R^3} \right)}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \cdot r \quad (\text{berbanding lurus dengan } r)$$

2. $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

$$E_{\text{luar}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (\text{berbanding kebalik kuadrat } r)$$

3. Bentuk grafik

- untuk $r < R$ = linear (garis lurus naik)
- untuk $r > R$ = hiperbola menurun seperti $\frac{1}{r^2}$
- Puncaknya di R

$$E_{\text{maks}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

4) Analisis untuk 1 sisi kawat

Ambil satu sisi kawat horizontal diposisi $y = s/2$, dari $x = -s/2$ ke $x = s/2$

Elemen kecil muatan $dq = \lambda dx$, Jarak ke titik P

$$r = \sqrt{x^2 + (s/2)^2 + z^2}$$

Komponen medan vertikal dari elemen kecil

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq \cdot z}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda z dx}{(x^2 + (s/2)^2 + z^2)^{3/2}}$$

Hitung total E_z dari 1 sisi

$$E_{z, \text{sisi}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{dx}{(x^2 + (s/2)^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \int_{-a}^a \frac{dx}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{2a}{b^2 \sqrt{a^2 + b^2}}$$

dalam kasus kita

$$a = s/2$$

$$b^2 = (s/2)^2 + z^2$$

$$E_{z, \text{sisi}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2(s/2)}{(s/2)^2 + z^2} \cdot \sqrt{(s/2)^2 + z^2} = \frac{\lambda s z}{4\pi\epsilon_0 ((s/2)^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_{z, \text{total}} = 4 \cdot E_{z, \text{sisi}} = \frac{\lambda s z}{\pi\epsilon_0 ((s/2)^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\lambda s z}{\pi\epsilon_0 ((s/2)^2 + z^2)^{3/2}} \quad \text{arah} \rightarrow \text{ke atas jika kawat bermuatan positif}$$