

Nama : Annisa Ayu Agustin

NPM : 2313022034

Kelas : 23 A

UTS Kalisma.

2. Diketahui : Panjang batang = L

Rapat muatan linear : λ

Titik P berjarak z dari : a) ujung kawat

b) tengah-tengah kawat

Ditanya : a) kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat.

b) kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas tengah-tengah kawat.

Jawab :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

a) koordinat dengan kawat dari $x = 0$, $x = L$, dan titik P berada di atas titik $x = 0$, sejauh z

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $x = 0$, hingga $x = L$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^L = \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

b) Kawat dari $x = -\frac{L}{2}$, hingga $x = \frac{L}{2}$, titik P di atas titik tengahnya.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $-\frac{L}{2}$ sampai $\frac{L}{2}$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

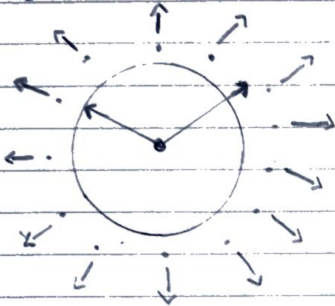
$$E = \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^{L/2} = \frac{L}{2 z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{2z \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{(L^2/4) + z^2}}$$

3. Hitung medan listrik dengan rapat muatan σ dengan jari-jari R .

- Besar medan listrik di luar bola ($r > R$)



$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$E = F/q$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

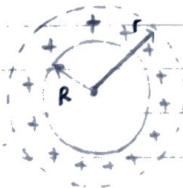
R = Jari-jari bola

r = Jari-jari permukaan Gauss

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

Q = total muatan listrik

- Besar medan listrik di permukaan bola ($r = R$)

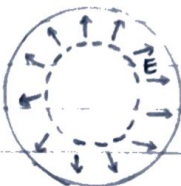


$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

σ = rapat permukaan

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

- Besar medan listrik di dalam bola ($r < R$)



$E = 0$, karena muatan berada di permukaan

4. Dik : $\vec{E} = kr^3 \hat{r}$, dengan $k = \text{konstanta}$
 $\hat{r} = \text{vektor satuan radial dalam koordinat bola}$

Dit : a) Rapat muatan (ρ)

b) Muatan total dalam bola berjari-jari (R)

Jawab :

a) Rapat muatan (ρ)

→ Hk. Gauss dalam bentuk diferensial (divergensi medan listrik)

$$\rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

• Medan listrik bersifat radial (hanya bergantung pada r)

$$\rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E(r))$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} 5kr^4$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2$$

$$\text{Substitusikan } \rho = \epsilon_0 (\nabla \cdot \vec{E})$$

$$\rho(r) = 5k\epsilon_0 r^2$$

b) Hitung muatan total dalam bola jari-jari (R)

• Integralkan rapat muatan terhadap vol. bola :

$$Q = \int_V \rho(r) dv, \quad dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R 5k\epsilon_0 r^2 \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$Q = 5k\epsilon_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^4 dr$$

$$Q = 5k\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^5}{5}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 kR^5$$

le II

1

3

2

0

0,2

0,4

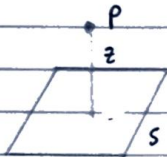
0,6

0,8

1

Grafik $(P(r))$ terhadap jarak r

5. Hitung medan listrik di titik P berjarak z di atas pusat kawat yang membentuk segi empat berikut.



Medan listrik vertikal E_z : $E_z = \frac{2ke\lambda}{z} \sin \theta$, ket : $ke = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Total medan 4 sisi :

$\lambda = \text{muatan / panjang}$

$$E_{\text{total}, z} = 4 E_{\text{sisi}, z} = 4 \cdot \frac{2ke\lambda}{z} \sin \theta = \frac{8ke\lambda}{z} \sin \theta$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{s/2}{z} \right)$$

$$\text{dengan } \sin \theta = \frac{s/2}{\sqrt{z^2 + (s/2)^2}} = \frac{s}{2\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

Sehingga,

$$E_z = \frac{8ke\lambda}{z} \frac{s}{2\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}} = \frac{4ke\lambda s}{z\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

$$ke = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\lambda s}{\pi\epsilon_0 z\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$