

Nama : Hananta Solawa Peridiah
 Npm : 2313022059
 Kelas : 23 A
 UTS Kalisma

2. diketahui: Panjang kawat: L

rapat muatan linier: λ

Titik P berjarak z dari : a) ujung kawat b) tengah-tengah kawat

Penyelesaian

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

a. Koordinat dg kawat dari $x=0$, $x=L$, dan titik P, berada di atas titik $x=0$ sejauh z .

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2+z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $x=0$, hingga $x=L$

$$\begin{aligned} E &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} \\ &= \int_0^L \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2+z^2}} \right]_0^L = \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2+z^2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z \sqrt{L^2+z^2}} \end{aligned}$$

b. kawat dari $x = -L/2$ hingga $x = L/2$, titik P di atas titik tengahnya

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

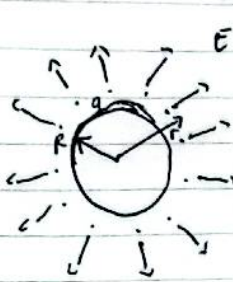
Integrasi dari $-L/2$ sampai $L/2$

$$\begin{aligned} E &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} \\ &= \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} \\ \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} &= \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2+z^2}} \right]_0^{L/2} = \frac{L}{2z^2 \sqrt{(L/2)^2+z^2}} \end{aligned}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{2z \sqrt{(L/2)^2+z^2}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z^2 \sqrt{(L/2)^2+z^2}}$$

5. Hitung Medan Listrik dg. Rapat muatan σ dengan jari-jari R

- Besar medan listrik di luar bola ($r > R$)



$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$E = F/q$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

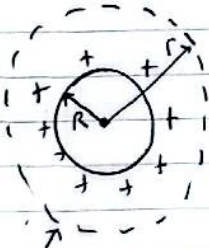
R = Jari-Jari Bola

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

r = Jari-Jari Permukaan Gauss

q = total muatan listrik

- Besar medan listrik di permukaan bola ($r = R$)



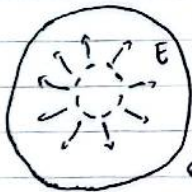
Gaussian Surface

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

σ = rapat permukaan

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

- Besar medan listrik di dalam bola ($r < R$)



$E = 0$, karena muatan hanya berada di permukaan.

eee (muatan di permukaan konduktor)

4. Diketahui $\vec{E} = kr^3 \hat{r}$, keterangan $k = \text{konstanta}$

Ditanya 1a. Rapat muatan (ρ)

$\hat{r}$ = Vektor satuan radial dlm koordinat bola

b. muatan total dlm bola
berjari - jari (R)

Jawab :

a. Rapat muatan (ρ)

ukun Gauss dlm bentuk diferensial (divergen medan listrik)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

substitusi

$$\rho = \epsilon_0 (\nabla \cdot \vec{E})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E(r))$$

$$\rho(r) = 5 k \epsilon_0 r^2$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

• medan listrik bergantung radial

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \cdot 5kr^4$$

(hanya bergantung pada r)

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2$$

b. Hitung muatan total dlm bola jari-jari (R)

Integralkan rapat muatan terhadap vol. bola :

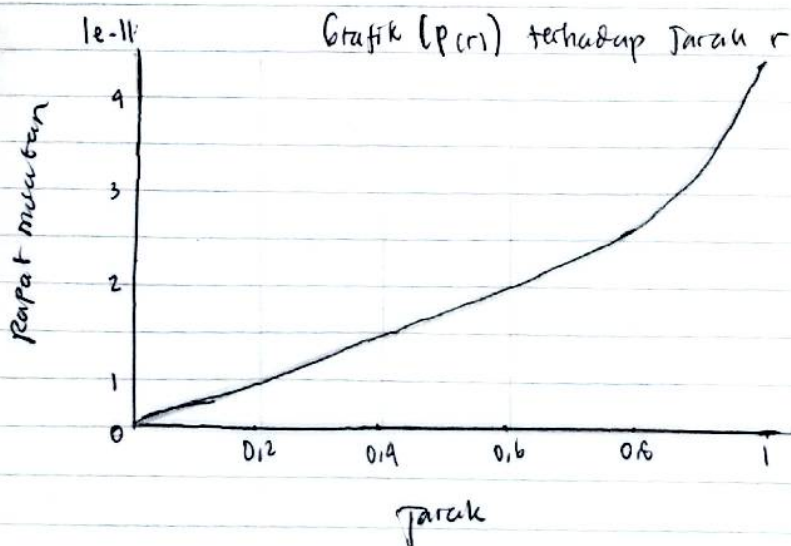
$$Q = \int_V \rho(r) dv, dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R 5 k \epsilon_0 r^2 \cdot r \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$Q = 5 k \epsilon_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^4 dr$$

$$Q = 5 k \epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^5}{5}$$

$$Q = 4\pi \epsilon_0 k R^5$$



B. Diketahui : titik P berjarak z di atas pusat persegi
 Panjang sisi kawat s
 Rapat muatan linier $= \lambda$
 konstanta Coulomb $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Ditanya : Medan listrik di titik P

Jawab

$$E = \frac{4k_e\lambda s}{r^2} \cdot \frac{z}{(z^2 + s^2/4)^{3/2}}$$

- Medan horizontal saling meniadakan
- Komponen vertikal semua arahnya ke atas

Arah medan listrik ke atas sejajar sumbu $-z$

Medan listrik vertikal E_z yaitu

$$E_z = \frac{2k_e\lambda}{z} \sin\theta \quad \text{dimana : } k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{s/2}{z}\right)$$

$\lambda = \text{muatan}$

Jumlah medan 4 sisi

$$E_{\text{total}, z} = 4 E_{\text{sisi}, z} = 4 \cdot \frac{2k_e\lambda}{z} \sin\theta = \frac{8k_e\lambda}{z} \sin\theta$$

$$\text{dg } \sin\theta = \frac{s/2}{\sqrt{z^2 + (s/2)^2}}$$

$$= \frac{s}{2\sqrt{z^2 + s^2/4}}$$

Sehingga

$$E_z = \frac{8k_e\lambda}{z} \cdot \frac{s}{2\sqrt{z^2 + s^2/4}} = \frac{4k_e\lambda s}{z\sqrt{z^2 + s^2/4}} \quad k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\lambda s}{\pi\epsilon_0 z \sqrt{z^2 + s^2/4}}$$