

UTS Kelistrikan dan Kemagnetan

2. diketahui: panjang batang konduktor = L

rapat muatan linear = λ (C/m)

Titik P berjarak z dan ujung x tengah kawat

ditanya: a). Kuat medan listrik di titik P yg berjarak z di atas ujung kawat

b). Kuat medan listrik di titik P yg berjarak z di tengah z kawat.

Jawab:

a). $dq = \lambda dx$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \quad (\text{medan listrik oleh } dq \text{ di P})$$

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

• Komponen horizontal dE_x saling meniadakan

• Komponen vertikal

$$dE_y = dE \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + z^2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

$$dE_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left[\frac{L}{z^2 \sqrt{L^2 + z^2}} \right] = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{z} \left[\frac{L}{\sqrt{L^2 + z^2}} \right]$$

b). $dE_y = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$

$$= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{L/2}{z^2 \sqrt{(L^2/4) + z^2}} \right] = \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{L}{2z^2 \sqrt{(L^2/4) + z^2}} \right]$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{zL}{2z^2 \sqrt{(L^2/4) + z^2}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{(L^2/4) + z^2}}$$

3. diketahui: rapat muatan: σ (C/m²)

Jaw-jan bola: R

ditanya: Medan listrik pada bola konduktor?

Jawab:

- di dalam bola konduktor ($r < R$)

sifat konduktor elektrostatik yaitu muatan hanya berada di permukaan dan medan listrik di dalam bola adalah nol.

$$E = 0 \quad \text{untuk} \quad r < R$$

- di luar bola konduktor ($r > R$)

$$\vec{E} \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E (4\pi r^2) = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r^2}$$

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \quad \text{untuk } r > R$$

4. diketahui : $E = kr^3 \hat{r}_0$

$k = \text{konstan}$

$r = \text{jarak dari pusat bola}$

$\hat{r}_0 = \text{vektor satuan radial}$

Ditanya : a) Hitung rapat muatan

b) cari muatan total dalam bola dengan jari-jari R

Jawab :

a). $\vec{E} = kr^3 \hat{r}$

divergen di dalam koordinat bola untuk medan radial

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} (r^2 E_r)$$

$$E_r = kr^3 \rightarrow r^2 E_r = kr^5$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \cdot 5kr^4 = 5kr^2$$

Jadi,

$$\rho = \epsilon_0 \cdot \nabla \cdot \vec{E}$$

$$\rho = 5k\epsilon_0 r^2$$

b) $Q = \int_V \rho dV = \int_0^R (5k\epsilon_0 r^2) \cdot 4\pi r^2 dr$

$$Q = 20\pi k\epsilon_0 \int_0^R r^4 dr = 20\pi k\epsilon_0 \cdot \left[\frac{r^5}{5} \right]_0^R$$

$$Q = 20\pi k\epsilon_0 \cdot \frac{R^5}{5} = 4\pi k\epsilon_0 R^5$$

5. Hitung Medan listrik di titik P berjarak z di atas

pusat kawat segi empat dengan panjang sisi s .

Jawab :

$r = r' \cos \theta$ karena ada 4 sisi, maka $r = 4r' \cos \theta$,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z'^2} = 4 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z'^2} \cos \theta$$

karena $L = \frac{1}{2}s$, $z' = r = \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}s)^2}$, $\cos \theta = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}s)^2}}$ Maka

$$\vec{E} = 4 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\lambda (\frac{1}{2}s) \cdot z}{(z^2 + (\frac{1}{2}s)^2) \sqrt{z^2 + (\frac{1}{2}s)^2}}$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\lambda s z}{(z^2 + \frac{s^2}{4}) \sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

