

Nama: Celeonita Widya Putri

NPM: 2313022002

Kelas: 23A

"UTS Kelistrikan dan Kemagnetan"

2. Diketahui: Panjang batang = L

rapat muatan linear = λ

Titik P berjarak z dari (a) ujung kawat; (b) tengah-tengah kawat

Ditanya: a) kuat medan listrik dititik P yang berjarak z diatas ujung kawat

b) kuat medan listrik dititik P yang berjarak z ditengah-tengah kawat

Penyelesaian:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

a.) koordinat dengan kawat dari $x=0$, $x=L$, dan titik P, berada diatas titik $x=0$, sejauh z

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $x=0$, hingga $x=L$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$
$$= \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^L = \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

b) kawat dari $x = -\frac{L}{2}$, sehingga $x = \frac{L}{2}$, titik P diatas titik tengahnya.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $-\frac{L}{2}$ sampai $\frac{L}{2}$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

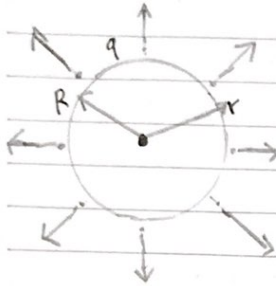
$$E = \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^{L/2} = \frac{L}{2z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{(L^2/4) + z^2}}$$

3. Hitung Medan listrik dengan rapat muatan σ dan jari-jari R

• Besar medan listrik diluar bola ($r > R$)



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$E = F/q$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

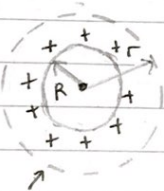
R = Jari - Jari bola

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

r = Jari - Jari permukaan Gauss

q = total muatan listrik.

• Besar medan listrik di permukaan bola ($r = R$)



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

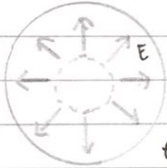
σ = Rapat permukaan

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

Gaussian surface

• Besar medan listrik didalam bola ($r < R$)

$E = 0$, karena muatan hanya berada dipermukaan.



(muatan dipermukaan konduktor)

4. Diketahui : $\vec{E} = kr^3 \hat{r}$, ket : k = konstanta, $\hat{r}$ = faktor satuan radial dalam koordinat bola

Ditanya : (a) rapat muatan (ρ) ; (b) muatan total dalam suatu bola berjari-jari (R)

Jawab:

a) Rapat muatan (ρ)

- Hukum Gauss dalam bentuk diferensial (divergensi medan listrik).

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

medan listrik bersifat radial (hanya bergantung pada r)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E(r))$$

* Substitusi:

$$\rho = \epsilon_0 (\nabla \cdot \vec{E})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^3)$$

$$\rho(r) = 5 k \epsilon_0 r^2$$

=

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} 5 k r^4$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5 k r^2$$

b. Hitung muatan total dalam bola jari-jari (R)

- Integralkan rapat muatan terhadap vol. bola:

$$Q = \int_V \rho(r) dv, \quad dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

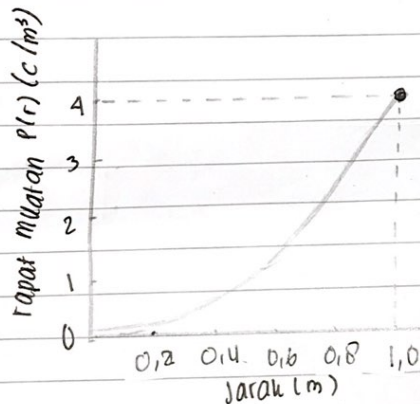
$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R 5 k \epsilon_0 r^2 \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$Q = 5 k \epsilon_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^4 dr$$

$$Q = 5 k \epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^5}{5}$$

$$Q = 4\pi \epsilon_0 k R^5$$

Grфик rapat muatan $\rho(r)$ terhadap jarak r



5. Diketahui: - titik P berjarak z diatas pusat persegi

- Panjang sisi kawat = s

- rapat muatan linear = λ

- konstanta Coulomb $k_e = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$

Ditanya: Medan listrik dititik p...?

$$\text{Jawab: } E = \frac{4 \cdot k_e \lambda \sin \theta}{\pi z} = \frac{8 k_e \lambda \sin \theta}{z}$$

$$\sin \theta = \frac{s/2}{\sqrt{z^2 + (s/2)^2}} = \frac{s}{\sqrt{2z^2 + \frac{s^2}{2}}}$$

$$E = \frac{8 k_e \lambda}{z} \cdot \frac{s}{\sqrt{2z^2 + \frac{s^2}{2}}} = \frac{4 k_e \lambda s}{z \sqrt{2z^2 + \frac{s^2}{2}}}$$

$$= \frac{\lambda s}{\pi \epsilon_0 z \sqrt{2z^2 + \frac{s^2}{2}}}$$