

Nama: Gog Yonah

NPM: 2313022006

Kelas: 23.A

1) Sebuah batang panjangnya L , rapat muatan persatuan panjang adalah λ .
Hitung:

a. Kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat

b. Kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di tengah-tengah kawat.

Jawab:

A. Titik P berjarak z dari ujung batang

Kita cari medan listrik di titik P karena seluruh batang

$$dq = \lambda dx$$

Jarak elemen ke titik P:

$$r = L + z - x$$

Medan listrik:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{(L+z-x)^2}$$

Integrasi dari $x=0$ ke $x=L$:

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(L+z-x)^2}$$

Ubah variabel: $u = L + z - x$, maka $dx = -du$, batas berubah:

$$x=0 \rightarrow u=L+z$$

$$x=L \rightarrow u=z$$

$$\text{Jadi: } E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{L+z}^z \frac{-du}{u^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{L+z} \right] = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z(L+z)}$$

B. Titik P di tengah-tengah kawat

Diasumsikan kawat membentang dari $-L/2$ sampai $L/2$, titik P berada di sumbu y sejauh z dari kawat.

$$\text{Jarak ke P: } r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

Komponen x dari medan akan saling meniadakan, tersisa komponen y (vertikal).

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi $-L/2$ ke $L/2$:

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2}{z^2} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4z^2}} \\ = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4z^2}}$$

2) Hitung medan listrik pada bola konduktor dengan rapat muatan σ & jari-jari R .

Jawab:

A.) Medan diluar bola ($r > R$):

Bola konduktor $\rightarrow$ seluruh muatan terkumpul di permukaan

Total muatan: $Q = \sigma \cdot 4\pi R^2$

Gunakan Hukum Gauss:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

B.) Didalam bola konduktor:

$E = 0$ (karena medan dalam konduktor = 0)

3.) Bila kuat medan listrik $E = kr^3 \epsilon_0$ dalam koordinat bola, dengan $k = \text{konstan}$.

A. Cepat rapat muatan:

$$E = kr^3$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \int_0^r \rho(r') \cdot 4\pi r'^2 dr' \Rightarrow kr^3 \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi}{\epsilon_0} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$$

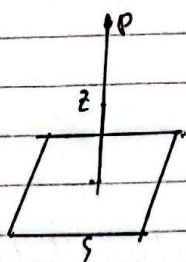
Turunkan kedua sisi terhadap r :

$$4\pi k \cdot 5r^4 = \frac{4\pi}{\epsilon_0} \cdot \rho(r) \cdot r^2 \Rightarrow \rho(r) = 5\epsilon_0 kr^2$$

B. Total muatan dalam bola berjari-jari R .

$$Q = \int_0^R \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi \int_0^R 5\epsilon_0 kr^4 dr = 4\pi \cdot 5\epsilon_0 k \cdot \frac{R^5}{5} = 4\pi\epsilon_0 k R^5$$

4.) Hitung medan listrik di titik P berjarak z diatas pusat kawat yang membentang segitupak panjang dengan sisi s , seperti gambar dibawah:



Jawab:

$\rightarrow$ Pilih salah satu sisi kawat

Titik P berada di $(0, 0, z)$, artinya:

$\hookrightarrow$ Jarak dari elemen dx ke titik P :

$$r = \sqrt{x^2 + (s/2)^2 + z^2}$$

$\hookrightarrow$ Medan listrik kecil oleh elemen dx :

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

karena fokus pada komponen z :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{r^2} \cdot \frac{z}{r} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{(x^2 + (s/2)^2 + z^2)^{3/2}}$$

$\rightarrow \rightarrow \rightarrow$

Integrasi sisi kawat:

$$E_z^{(1)} = \int_{-s/2}^{s/2} dE_z = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{dx}{(x^2 + (s/2)^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$a^2 = (s/2)^2 + z^2 \Rightarrow E_z^{(1)} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-s/2}^{s/2} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Integral standar:

$$\int_{-L}^L \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{2L}{a^2 \sqrt{L^2 + a^2}}$$

dengan $L = s/2$, maka:

$$E_z^{(1)} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{s}{a^2 \sqrt{(s^2/4) + a^2}}$$

$$\text{maka: } E_z^{(1)} = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{s}{(s^2/4 + z^2) \cdot \sqrt{(s^2/4) + z^2}}$$

Total medan listrik 4 sisi:

$$E_z^{\text{total}} = 4 \cdot E_z^{(1)} = \frac{\lambda z}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{s}{(s^2/4 + z^2) \cdot \sqrt{(s^2/4) + z^2}}$$

Maka jawaban akhir:

$$E_z = \frac{\lambda z}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{s}{(s^2/4 + z^2) \cdot \sqrt{(s^2/4) + z^2}}$$