

UTS Kalisma

2. sebuah batang panjangnya L , rapat muatan per satuan panjang adalah λ . Hitung
- kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di atas ujung kawat
 - kuat medan listrik di titik P yang berjarak z di tengah kawat

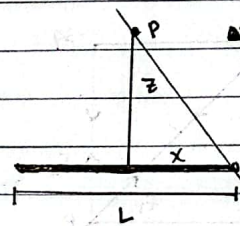
Penyelesaian:

a. $dq = \lambda dx$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{(x^2+z^2)} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda z dx}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

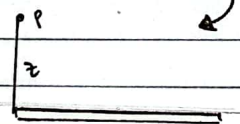
$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 z} \left[\frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \right]_0^L = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 z} \frac{L}{\sqrt{L^2+z^2}}$$

gambar untuk b

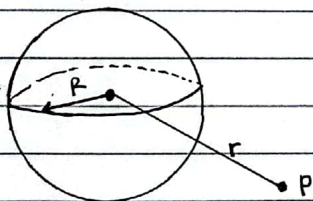


b. $E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} = \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2+z^2}} = \frac{\lambda L}{2\pi\epsilon_0 z \sqrt{L^2+z^2}}$

gambar untuk a



3. Hitung medan listrik pada bola konduktor dengan rapat muatan σ dan jari-jari R
- medan listrik di dalam bola konduktor ($r < R$)



$$E = 0$$

karena muatan pada konduktor selalu berada di permukaan luar, maka tidak ada muatan di dalam bola.

- 2.) Di luar konduktor ($r > R$)

→ muatan total pada bola

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow Q = \sigma A = \sigma 4\pi R^2 \rightarrow Q = 4\pi R^2 \sigma$$

→ Hukum Gauss

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi R^2 \sigma}{r^2} \rightarrow E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} //$$

- ④ Bila kuat medan listrik $E = kr^3 \hat{r}$ dalam koordinat bola dengan $k = \text{konstanta}$
- hitung rapat muatannya
 - cari muatan total yg terdapat dalam suatu bola dengan jari-jari R berpusat di R

Penyelesaian:

a. rapat muatan

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E_r) \quad ; \quad E_r = kr^3\end{aligned}$$

$$r^2 E_r = r^2 \cdot kr^3 = kr^5$$

$$\frac{d}{dr} (kr^5) = 5kr^4$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} 5kr^4 = 5kr^2$$

maka:

$$\rho(r) = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = 5k\epsilon_0 r^2 //$$

b. muatan total

$$Q = \int_V \rho(r) dV$$

Pada koordinat bola, $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$

$$\begin{aligned}Q &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R (5k\epsilon_0 r^2) \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \\ &= 5k\epsilon_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^4 dr\end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$$

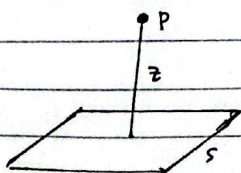
$$\int_0^\pi \sin \theta d\theta = 2$$

$$\int_0^R r^4 dr = \frac{R^5}{5}$$

$$Q = 5k\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^5}{5} = 4\pi\epsilon_0 k R^5 //$$

$$\rightarrow Q = 4\pi\epsilon_0 k R^5$$

- ⑤ Hitung medan listrik di titik P berjarak z di atas pusat kawat yang membentuk segi empat beraturan



medan listrik vertikal E_z yaitu

$$E_z = \frac{2k_e \lambda}{z} \sin \theta$$

dimana : $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

$\lambda = \text{muatan / panjang}$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{s/2}{z} \right)$$

total medan 4 sisi

$$E_{\text{total}, z} = 4 E_{\text{sisi}, z} = 4 \cdot \frac{2k_e \lambda}{z} \sin \theta = \frac{8k_e \lambda}{z} \sin \theta$$

$$\text{dengan } \sin \theta = \frac{s/2}{\sqrt{z^2 + (s/2)^2}} = \frac{s}{2\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

sehingga

$$E_z = \frac{8k_e \lambda}{z} \frac{s}{2\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}} = \frac{4k_e \lambda s}{z\sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_z = \frac{\lambda s}{\pi\epsilon_0 z \sqrt{z^2 + \frac{s^2}{4}}} //$$