

2) Diketahui : Panjang batang : L

rapat muatan linear : λ

Titik P berjarak z dari : a) ujung kawat

b) Tengah-tengah kawat.

Ditanya : a. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z diatas ujung kawat.

b. kuat medan listrik di titik P yang berjarak z diatas tengah-tengah kawat

Penyelesaian :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

a) koordinat dengan kawat dari $x = 0$, $x = L$, dan titik P, berada di atas titik $x = 0$, sejauh z

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\lambda dx}{x^2 + z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $x = 0$, hingga $x = L$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^L = \frac{L}{z^2 \sqrt{L^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

b) kawat dari $x = -\frac{L}{2}$ hingga $x = \frac{L}{2}$, titik P diatas titik tengahnya.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda z \cdot \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Integrasi dari $-\frac{L}{2}$ sampai $\frac{L}{2}$

$$E = \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

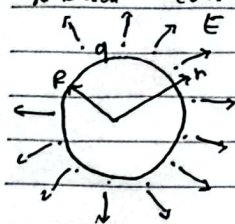
$$E = \frac{\lambda z}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\int_0^{L/2} \frac{dx}{(x^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{x^2 + z^2}} \right]_0^{L/2} = \frac{L}{2z^2 \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{2z \sqrt{(L/2)^2 + z^2}} = \frac{\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{(L/2)^2 + z^2}}$$

③ Hitung medan listrik q rapat muatan σ dengan jari-jari R

* Besar medan listrik di luar bola ($r > R$)



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$E = F/q$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

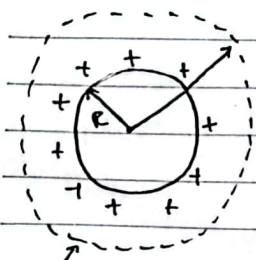
R = jari-jari bola

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

r = jari-jari permukaan Gauss

Q = Total muatan listrik

* Besar medan listrik di permukaan bola ($r = R$)



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

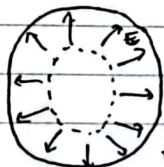
σ = rapat permukaan

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

Gaussian surface

* Besar Medan listrik di dalam bola ($r < R$)

$E = 0$, karena muatan hanya berada di permukaan



eee (muatan dipermukaan konduktor).

⑨ Diketahui : $\vec{E} = kr^3 \hat{r}$, keterangan : k = konstanta
 $\hat{r}$ = faktor satuan radial dalam koordinat bola.

- Ditanya : a. Rapat muatan (ρ)
 b. Muatan total dalam bola berjari-jari (R)

Jawab :

a) Rapat muatan (ρ)

* Hukum Gauss dalam bentuk differensial (divergensi medan listrik)

$\rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ * medan listrik bersifat radial (hanya bergantung pada r)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E(r))$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (kr^5)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} 5kr^4$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 5kr^2$$

* Substitusikan : $\rho = \epsilon_0 (\nabla \cdot \vec{E})$

$$\rho(r) = 5k\epsilon_0 r^2$$

//

b) Hitung muatan total dalam bola jari-jari (R)

* Integrasikan rapat muatan terhadap vol. bola :

$$Q = \int_V \rho(r) dv, dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

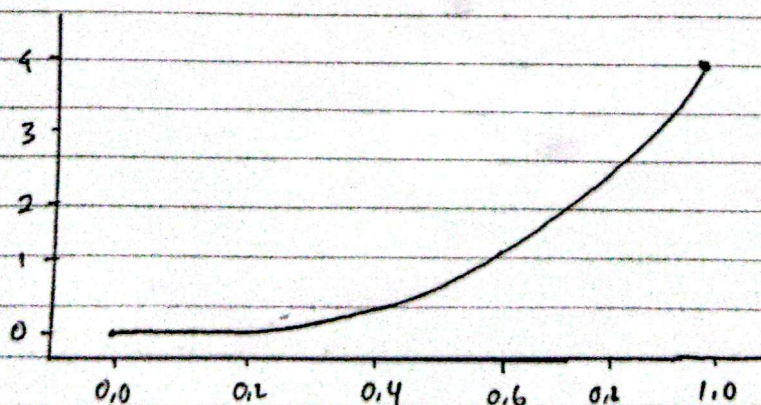
$$Q = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R 5k\epsilon_0 r^2 \cdot r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$Q = 5k\epsilon_0 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^R r^4 dr$$

$$Q = 5k\epsilon_0 \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{R^5}{5}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 kR^5$$

Grafik rapat muatan $\rho(r)$ terhadap jarak r



5) Diketahui : titik P berjarak z di atas Pusat Pesersi

panjang sisi kawat : s

Rapat muatan linear : λ

Konstanta Coulumb ke $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Ditanya : Medan listrik di titik P...?

Jawab :
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda s}{\left(z^2 + \left(\frac{s^2}{4}\right)^{3/2}\right)}$$

Arah medan listrik ke atas sejajar sumbu $-z$.

