

UTS, Senin - 15 - April 2024.

Nama : Indah Purnama

Kelas : 22 C

NPM : 2213022087

MK : Kalisma

1. Empat Partikel bermuatan listrik berdistribusi sebagai berikut: $q_1(4,0) = 2 \text{ stat. C}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ stat. C}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ stat. C}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ stat. C}$. Tentukan : Medan listrik pada posisi $(0,0)$, dimana jarak dalam Centimeter, dengan $k = 1 \text{ dyne. cm}^2/\text{stat. C}^2$. Hitung :

- Gaya Coulomb yang diambil oleh muatan q_4 ,
- Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4
- Potensial listrik pada titik $(0,0)$

Diketahui :

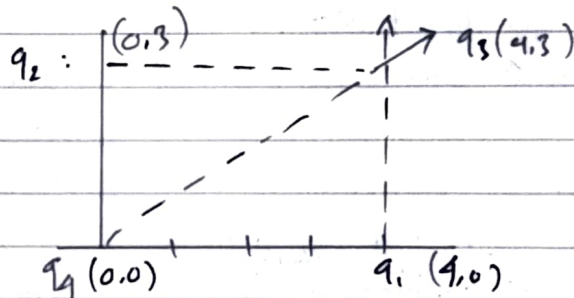
$$q_1(4,0) = 2 \text{ stat. C}$$

$$q_2(0,3) = 5 \text{ stat. C}$$

$$q_3(4,3) = 10 \text{ stat. C}$$

$$q_4(0,0) = -1 \text{ stat. C}$$

$$k = 1 \text{ dyne. cm}^2/\text{stat. C}^2$$



Penglesaian:

Menghitung Gaya Coulomb oleh muatan q_4

Rumus Gaya Coulomb : Gaya Coulomb

$$F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$$

$$- q_4 \text{ dan } q_1 = k \frac{|2 \cdot (-1)|}{4^2} = 0,125 \text{ dyne}$$

• mencari jarak

$$q_4 \text{ dan } q_1 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2} = 4$$

$$- q_4 \text{ dan } q_2 = k \frac{|5 \cdot (-1)|}{3^2} = 0,556 \text{ dyne}$$

$$q_4 \text{ dan } q_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2} = 3$$

$$- q_4 \text{ dan } q_3 = k \frac{|10 \cdot (-1)|}{5^2} = 0,4 \text{ dyne}$$

$$q_4 \text{ dan } q_3 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2} = 5$$

jadi, total gaya Coulomb yg dialami oleh muatan q_4 adalah :

$$\Sigma F = 0,125 + 0,556 + 0,4 = 1,081 \text{ dyne}$$

Menghitung medan listrik pada titik (0,0)

Rumus: $E = k \sum \frac{q_i}{r^2}$

jarak antara:

(0,0) dan (q_1) = $\sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2}$
= 4 cm

(0,0) dan (q_2) = $\sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2}$
= 3 cm

(0,0) dan (q_3) = $\sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2}$
= 5 cm

(0,0) dan (q_4) = $\sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2}$
= 0 cm

Medan listrik:

(0,0) = $k \left(\frac{|2|}{4^2} + \frac{|5|}{3^2} + \frac{|10|}{5^2} + \frac{|(-1)|}{0^2} \right)$
= 1,667 dyne.stat C

Menghitung potensial listrik pada titik (0,0)

Rumus: $V = k \sum \frac{q_i}{r}$

jarak antara:

(0,0) dan (q_1) = $\sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2}$
= 4 cm

(0,0) dan (q_2) = $\sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2}$
= 3 cm

(0,0) dan (q_3) = $\sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2}$
= 5 cm

(0,0) dan (q_4) = $\sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2}$
= 0 cm

a.) Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4 :

$F = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_4}{r^2}$

jarak antara q_1 dan q_4 adalah:

$r = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2} = 0 \text{ cm}$

sehingga gaya Coulomb yang dialami oleh q_4 adalah:

$F = \frac{1 \text{ dyne} \cdot |2 \text{ stat.C} \cdot (-1) \text{ stat.C}|}{0^2}$
= $\frac{2 \text{ dyne}}{0}$

Karena r adalah nol, arbinga muatan q_4 berada pada posisi yang sama dengan q_1 , sehingga gaya Coulomb tidak terdefinisi karena pembagiannya adalah 0 (nol)

b.) medan listrik pada titik (0,0) dapat dihitung:

$E = \frac{k \cdot q_i}{r_i^2}$

$E_{\text{total}} = \frac{k \cdot q_1}{r_1^2} + \frac{k \cdot q_2}{r_2^2} + \frac{k \cdot q_3}{r_3^2} + \frac{k \cdot q_4}{r_4^2}$
= $\frac{1 \text{ dyne} \cdot 2 \text{ stat.C}}{(4)^2} + \frac{1 \text{ dyne} \cdot 5 \text{ stat.C}}{(3)^2} +$

$\frac{1 \text{ dyne} \cdot 10 \text{ stat.C}}{(5)^2} + \frac{1 \text{ dyne} \cdot (-1) \text{ stat.C}}{(0)^2}$

$E_{\text{total}} = \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25} + \frac{-1}{0}$
= $\frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25}$

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{8} + \frac{5}{9} + \frac{2}{5}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{9}{72} + \frac{40}{72} + \frac{28}{72}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{77}{72}$$

Sehingga, medan listrik pada titik (0,0) adalah $\frac{77}{72}$ dyne/stat.c

c) Potensial listrik pada titik (0,0)

$$\text{Rumus: } V = k \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k \cdot \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4}$$

$$= 1 \text{ dyne} \cdot \frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} + \frac{(-1)}{0}$$

$$= 1 \text{ dyne} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{2}{1} + \frac{-1}{0} \right)$$

$$= 1 \text{ dyne} \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{10}{6} + \frac{12}{6} \right)$$

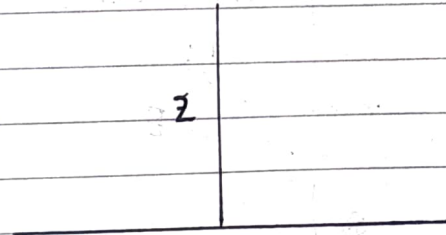
$$= 1 \text{ dyne} \cdot \left(\frac{25}{6} \right)$$

$$V = \frac{25}{6} \text{ V} = 4,16 \text{ dyne} \cdot \text{cm}/m_c$$

Sehingga, potensial listrik pada titik (0,0) adalah $\frac{25}{6}$ Volt /

$$4,16 \text{ dyne} \cdot \text{cm}/m_c$$

2.) sebuah Kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ . hitung medan listrik di titik p di atas Kawat yang berjarak z di tengah-tengah kawat



Diketahui:

Kawat lurus dengan panjang a kawat membawa muatan seragam λ .

Titik p berada di atas kawat pada jarak z dari tengah-tengah kawat, dapat:

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

ditanya: $\lambda = \dots?$

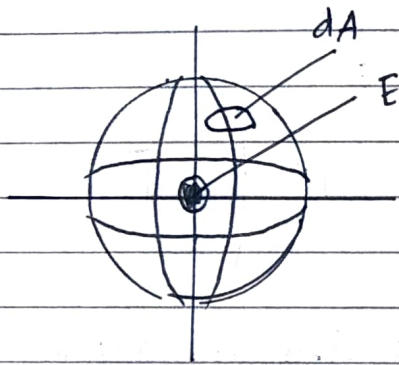
$$Q = \lambda \cdot a$$

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

$$= \frac{k(\lambda \cdot a)}{z^2}$$

$$E = \frac{2kQ}{z^2}$$

3. Hukum Gauss menyatakan bahwa Fluks listrik total yang melewati suatu permukaan tertutup (permukaan Gauss) sebanding dengan jumlah muatan listrik yang terkandung didalam permukaan tersebut. Dengan kata lain, Fluks listrik yang keluar dari suatu permukaan tertutup bergantung hanya pada muatan di dalam permukaan, tidak tergantung pada bentuk atau ukuran permukaan.



Rumus matematis:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

dimana:

$\vec{E}$ = Vektor medan listrik

dA = elemen luas permukaan Gauss

Q_{enc} = muatan listrik yg berada didalam Perm. Gauss

ϵ_0 = permitivitas ruang hampa

Penerapan dan contoh hukum Gauss:

- 1.) Analisis medan listrik, terutama untuk menghitung medan listrik disekitar objek muatan
- 2.) Contoh penerapan:
 - menghitung medan listrik disekitar bola bermuatan -/+
 - menghitung medan listrik didalam dan diluar suatu konduktor bermuatan
 - menghitung medan listrik di sekitar susunan simetris muatan listrik

4. Hitunglah curl atau Rotasi dari Fungsi Vektor

a) $V_1 = x^2 \hat{i} + 3x^2 z \hat{j} - 2xz \hat{k}$

b) $V_2 = xy \hat{i} + 2yz \hat{j} + 3xz \hat{k}$

Jawaban :

a.) curl terhadap V_1

$$\nabla \times \vec{V}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3x^2 z)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(3x^2 z)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 3xz) \hat{i} + (0 + 2z) \hat{j} + (3z - 0) \hat{k}$$

$$= -3xz \hat{i} + 2z \hat{j} + 3z \hat{k}$$

b.) curl terhadap V_2

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \left(\frac{\partial(3xz)}{\partial y} - \frac{\partial(2yz)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(xy)}{\partial z} - \frac{\partial(3xz)}{\partial x} \right) \hat{j}$$

$$+ \left(\frac{\partial(2yz)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 2z) \hat{i} + (0 - 3z) \hat{j} + (0 - x) \hat{k}$$

$$= -2z \hat{i} - 3z \hat{j} - x \hat{k}$$