

SHELVA YULITA SARI

2213022077 (22C)

1. Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut:

$$q_1(4,0) = 2 \text{ C}, q_2(0,3) = 5 \text{ C}, q_3(4,3) = 10 \text{ C}, \text{ dan } q_4(0,0) = -1 \text{ C}$$

Tentukan: Medan listrik pada posisi (0,0) dimana jarak dalam centimeter, dengan $k = 1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2$. Hitung:

a. Gaya coulomb yang dialami muatan q_4

b. Medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4

c. potensial listrik pada titik (0,0)

Penyelesaian:

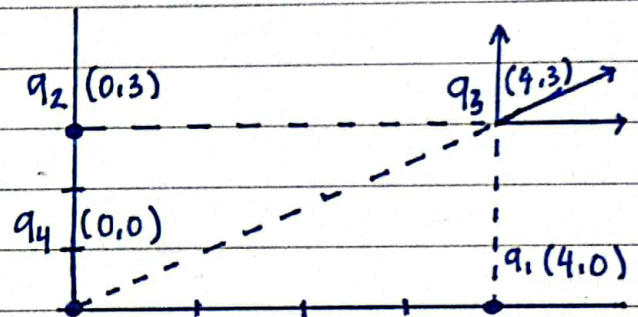
$$q_1 = 2 \text{ C} \rightarrow (4,0) \text{ m}$$

$$q_2 = 5 \text{ C} \rightarrow (0,3) \text{ m}$$

$$q_3 = 10 \text{ C} \rightarrow (4,3) \text{ m}$$

$$q_4 = -1 \text{ C} \rightarrow (0,0) \text{ m}$$

$$k = 1 \rightarrow 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

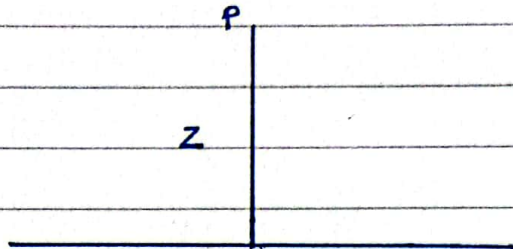


a). Gaya muatan titik pada muatan titik lainnya bekerja sepanjang garis yang menghubungkan muatan. Besarnya gaya berbanding terbalik kuadrat jaraknya.

$$b). 314,76 \text{ N}$$

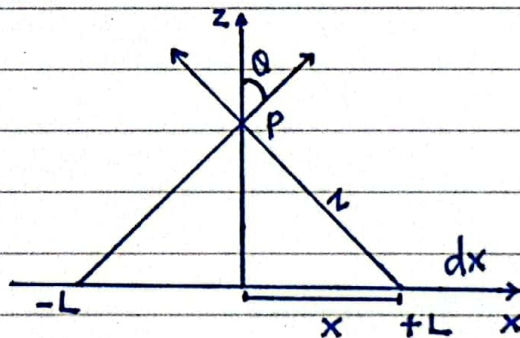
$$c). 3,14 \times 10^9 \text{ N}$$

2. Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan seragam λ , hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z ditengah-tengah kawat.



Gambar 1. Kawat lurus dengan panjang a

Penyelesaian:



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} z \left(\frac{\lambda dx}{r^2} \right) \cos \theta \hat{k}$$

Disini $\theta = z/r$, $r = \sqrt{z^2 + x^2}$, dan integral mulai dari 0 to a :

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^a \frac{2\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx = \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right]_0^a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda a}{z \sqrt{z^2 + a^2}}$$

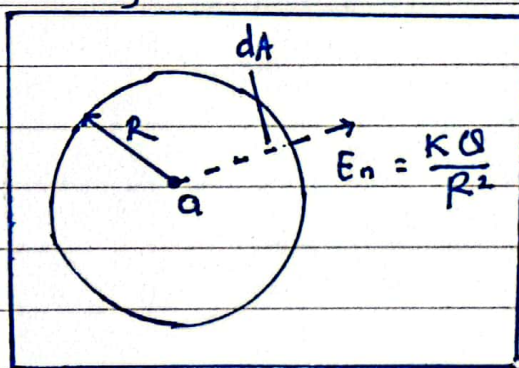
Kalau ($z \gg a$) maka medan listrik pada kawat yang panjangnya a adalah:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda a}{z^2}$$

3. Apa yang anda ketahui tentang Hukum Gauss (Jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan gauss, dan jelaskan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yang anda kemukakan, Dimana Hukum Gauss diterapkan, dan beri contoh!

Penyelesaian:

- Hukum Gauss adalah hukum yang dapat digunakan untuk menghitung jumlah besarnya sebuah fluks listrik melewati sebuah bidang, yang menyatakan bahwa besar fluks listrik yang melalui sebuah bidang akan berbanding lurus.



Gambar 2.15 . Suatu permukaan berbentuk bola yang melingkupi muatan titik Q , jumlah garis medan listrik yang melintasi permukaan ini akan bergerak melintasi semua bagian permukaan yang melingkupi Q . fluksnya dapat dengan mudah dihitung untuk permukaan bentuk bola. fluks ini besarnya adalah E_n kali luas permukaan $4\pi R^2$, yang besarnya adalah $4\pi R^2$. Dengan menggunakan KQ/R^2 menggantikan E_n akan:

$$\phi_{\text{net}} = E \cdot A = \frac{kQ}{R^2} 4\pi R^2 = 4\pi kQ$$

Fluks total yang melewati setiap bagian permukaan ini besarnya adalah $4\pi k$ kali muatan total dirumuskan:

$$\oint E_n dA = 4\pi k Q \text{ dalam. Persamaan Gauss bentuk Integral}$$

atau $\oint E_n dA = \frac{Q_n}{\epsilon_0}$

Keterangan:

E_n = fluks total

dA = luas permukaan

$Q \text{ dalam}$: muatan yang dilingkupi oleh benda

R = jarak antara muatan dan permukaan Gauss

Persamaan Gauss dalam bentuk Integral dapat kita jabarkan dalam bentuk diferensial:

$$\oint_{\text{surface}} E \cdot dA = \int_{\text{surface}} (\nabla \cdot E) dV$$

$$Q_{\text{enc}} = \int_{\text{surface}} \rho dV$$

Persamaan Gauss menjadi bentuk diferensial

$$\int_{\text{volume}} (\nabla \cdot E) dV = \int_{\text{volume}} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) dV$$

$$\nabla \cdot E = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

- Dapat diterapkan pada benda yang memiliki titik pusat koordinat dan jari-jari

• Contoh:

Muatan titik dipusat koordinat bola. Kita pilih permukaan tertutup yang memenuhi kedua syarat tersebut, yaitu permukaan bola yang pusatnya dipusat koordinat dan jari-jarinya r .

Penyelesaian:

Arah D_s di setiap titik pada permukaan adalah normal terhadap permukaan tersebut, dan besar D_s di setiap titik adalah sama.

$$Q = \oint_S \vec{D}_s \cdot d\vec{s}$$

$$= \oint_S \vec{D}_s \cdot d\vec{s} = D_s \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= D_s \cdot 4\pi r^2$$

atau

$$D_s = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

Karena harga r diambil sembarang, D_s mempunyai arah radial keluar, maka:

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{a}_r$$

4. Hitunglah curl atau rotasi dari fungsi vektor:

$$a). \vec{V}_1 = x^2 \hat{i} + 3xz^2 \hat{j} - 2xz \hat{k}$$

$$b). \vec{V}_2 = xy \hat{i} + 2yz \hat{j} + 3xz \hat{k}$$

Penyelesaian:

$$a). \nabla \times \vec{V}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3xz^2)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(3xz^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 6xz) \hat{i} + (0 + 2z) \hat{j} + (3z^2 - 0) \hat{k}$$

$$= -6xz \hat{i} + 2z \hat{j} + 3z^2 \hat{k}$$

$$b). \nabla \cdot \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(3xz)}{\partial y} - \frac{\partial(2yz)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(xy)}{\partial z} - \frac{\partial(3xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(2yz)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 2y) \hat{i} + (0 - 3z) \hat{j} + (0 - x) \hat{k}$$

$$= -2y \hat{i} - 3z \hat{j} - x \hat{k}$$