

UTS KALISMA

① Gaya coulumb yang dialami oleh muatan q_4

Penyelesaian:

$$a) F = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_4}{r^2}$$

$$r = \sqrt{(10-0)^2 + (0-0)^2} \quad \left. \vphantom{\sqrt{(10-0)^2 + (0-0)^2}} \right\} r \text{ antara } q_1 \text{ dan } q_4$$

$$r = 0 \text{ cm}$$

Sehingga,

$$F = \frac{1 \text{ dyne} \cdot (2 - (-1))}{0^2}$$

$$F = \frac{2}{0}$$

karena r nya nol, artinya muatan q_4 berada pada posisi yang sama dengan q_1 , sehingga gaya coulumb q_4 tidak terdefinisi.

b) Medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4 .

Penyelesaian:

$$E = \frac{k \cdot q_i}{r_i^2}$$

$$E_{\text{total}} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$$

$$E_{\text{total}} = \frac{kq_1}{r_1^2} + \frac{kq_2}{r_2^2} + \frac{kq_3}{r_3^2} + \frac{kq_4}{r_4^2}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{1 \cdot 2}{4^2} + \frac{1 \cdot 5}{3^2} + \frac{1 \cdot 10}{5^2} + \frac{1 \cdot (-1)}{0^2}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25} + \frac{-1}{0}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{8} + \frac{5}{9} + \frac{2}{5}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{9}{72} + \frac{40}{72} + \frac{28}{72}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{77}{72}$$

sehingga medan listrik di titik (0,0) adalah $\frac{77}{72}$ dyne / stat.C.

c) Potensial listrik pada titik (0,0)

Penyelesaian:

$$V = k \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right)$$

$$V = 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} + \frac{-1}{0} \right)$$

$$V = 1 \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{2}{1} \right)$$

$$V = 1 \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{10}{6} + \frac{12}{6} \right)$$

$$V = 1 \cdot \left(\frac{25}{6} \right)$$

$$V = \frac{25}{6} \text{ V}$$

sehingga potensial listrik pada titik (0,0) adalah $\frac{25}{6}$ Volt.

② Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z.

Penyelesaian:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

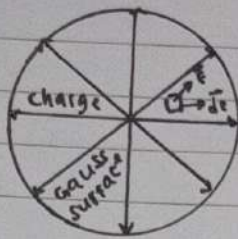
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} (2\pi r l) = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

- ③ Hukum Gauss yang dirumuskan oleh Carl Friedrich Gauss merupakan salah satu prinsip fundamental dalam elektrostatika yang menghubungkan medan listrik dgn muatan listrik yg menghasilkannya. Inti dari hukum ini adalah bahwa fluks listrik total yang menembus permukaan tertutup sebanding dengan jumlah muatan listrik total yang terkandung didalam permukaan tertutup / jumlah garis medan listrik yang menembus permukaan tertutup sebanding dengan total muatan listrik yang dikelilingi oleh permukaan.

→ Gambar permukaan Gauss.



$$\phi \propto Q_{enc}$$

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Keterangan:

ϕ = Elektrik fluks (fluks medan listrik total)

$\vec{E}$ = Elektrik Field

$d\vec{s}$ = Infinitesimal surface

Q_{enc} = Charge enclosed

→ Rumus Hukum Gauss:

$$\phi = \frac{E_0 Q}{\epsilon}$$

dimana: ϕ = fluks medan listrik total yang melewati permukaan tertutup.

E_0 = konstanta relativitas ruang hampa $\left(\frac{0,854 \times 10^{-12} C^2}{cm^2 \cdot s^2} \right)$

Q = total muatan listrik yang dikelilingi oleh permukaan.

ϵ = Permittivitas medium (nilai konstanta ini tergantung pada material medium)

→ Penerapan hukum Gauss

1) Menghitung medan listrik: Hukum Gauss dapat digunakan untuk menghitung medan listrik disekitar berbagai distribusi muatan. Seperti muatan titik, muatan bola dan muatan batang.

2) Menentukan potensial listrik.

3) Menganalisis medan listrik dalam medium dielektrik.

→ contoh penerapan:

- 1) menghitung medan listrik bola bermuatan.
- 2) menentukan potensial listrik didalam silinder konduktor
- 3) menganalisis medan listrik dalam kompartor.

4) Hitunglah curl / rotasi dari fungsi vektor:

a) $\vec{V}_1 = x^2 \hat{i} + 3xz^2 \hat{j} - 2xz \hat{k}$

b) $\vec{V}_2 = xy \hat{i} + 2yz \hat{j} + 3xz \hat{k}$

Jawab:

a) curl terhadap $\vec{V}_1$

$$\nabla \times \vec{V}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3xz^2)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right) \hat{j} \\ + \left(\frac{\partial(3xz^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) \hat{k} \\ = (0 - 6xz) \hat{i} + (0 + 2z) \hat{j} + (3z^2 - 0) \hat{k} \\ = -6xz \hat{i} + 2z \hat{j} + 3z^2 \hat{k}$$

b) curl terhadap $\vec{V}_2$

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & 2yz & 3xz \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(3xz)}{\partial y} - \frac{\partial(2yz)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(xy)}{\partial z} - \frac{\partial(3xz)}{\partial x} \right) \hat{j} +$$

$$\left(\frac{\partial(2yz)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 2y)\hat{i} + (0 - 3z)\hat{j} + (0 - x)\hat{k}$$

$$= -2y\hat{i} - 3z\hat{j} - x\hat{k}$$