

Nama : Lutfianita Nurul Hikmah

NPM : 2213022017

Kelas : A

UTS KALISMA

1. a). Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4 .

Penyelesaian :

$$F = k \cdot \frac{q_1 q_4}{r^2}$$

$$r = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2} \quad \left. \vphantom{\sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2}} \right\} r \text{ antara } q_1 \text{ dan } q_4$$

$$r = 0 \text{ cm}$$

sehingga,

$$F = \frac{1 \text{ dyne} \cdot (2 - (-1))}{0^2}$$
$$= \frac{2}{0}$$

Karena r nya nol, artinya muatan q_4 berada pada posisi yang sama dengan q_1 , sehingga gaya Coulomb q_4 tidak terdefinisikan

b). Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4 .

Penyelesaian :

$$E = k \frac{q_i}{r_i^2}$$

$$E_{\text{total}} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$$

$$= k \frac{q_1}{r_1^2} + k \frac{q_2}{r_2^2} + k \frac{q_3}{r_3^2} + k \frac{q_4}{r_4^2}$$

$$= \frac{1 \cdot 2}{4^2} + \frac{1 \cdot 5}{3^2} + \frac{1 \cdot 10}{5^2} + \frac{1 \cdot (-1)}{0^2}$$

$$= \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25} + \frac{(-1)}{0}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{5}{9} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{9}{72} + \frac{40}{72} + \frac{28}{72}$$

$$E_{\text{total}} = \frac{77}{72}$$

Sehingga, medan listrik di titik (0.0) adalah $\frac{77}{72}$ dyne / stat c.

c). Potensial listrik pada titik (0.0)

Penyelesaian :

$$V = K \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = K \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right)$$

$$V = 1 \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} + \frac{(-1)}{0} \right)$$

$$V = 1 \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{2}{1} \right)$$

$$V = 1 \left(\frac{3}{6} + \frac{10}{6} + \frac{12}{6} \right)$$

$$V = 1 \left(\frac{25}{6} \right)$$

$$V = \frac{25}{6} \text{ v}$$

Sehingga potensial listrik pada titik (0.0) adalah $\frac{25}{6}$ volt.

2. Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang bergerak z

Penyelesaian :

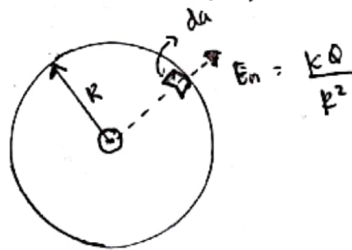
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} (2\pi r l) = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

3. Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan fluks atau magnetik yang menembus suatu permukaan tertutup dengan muatan listrik/ arus listrik yang terandung didalamnya.



Gambar 1. Suatu permukaan berbentuk bola yang melingkupi muatan titik Q . Jumlah garis medan listrik yang melintari permukaan ini akan bergerak melintasi semua bagian permukaan yang melingkupi Q .

Fluksnya dapat dengan mudah dihitung untuk permukaan berbentuk bola.

Fluks ini besarnya adalah E_n kali luas permukaan $4\pi R^2$.

Gambar diatas menunjukkan suatu permukaan bola berjari-jari R yg berpusat dimuatan Q . Medan listrik tersebar tumpat pada permukaan tidak lurus terhadap permukaan tersebut dan memiliki besar:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Fluks total yang melewati permukaan bola

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{net}} &= \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} \\ &= E_n \oint dA\end{aligned}$$

Fluks total yg melewati setiap bagian permukaan

$$\oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = 4\pi k Q_{\text{dalam}} \rightarrow \text{Persamaan Gauss dalam bentuk Integral}$$

$$\oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

E_n : fluks total

dA : luas permukaan yg dilalui fluks

Q_{dalam} : muatan yg dilingkupi oleh benda

k : jarak antara muatan dan permukaan Gauss

Penerapan hukum Gauss

Menghitung medan listrik dan magnetik, analisis rangkaian listrik.

Contoh soal :

Sebuah silinder pejal panjang sekali, dengan jari-jari silinder R , rapat muatannya ρ , hitung medan listrik di dalam silinder!

4. Hitunglah Curl atau rotasi dari fungsi vektor

a). $V_1 = x^2\hat{i} + 3xz^2\hat{j} - 2xz\hat{k}$

b). $V_2 = xy\hat{i} + 2yz\hat{j} + 3xz\hat{k}$

Penyelesaian :

a). Curl terhadap V_1

$$\nabla \times \vec{V}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3xz^2)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(3xz^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 6xz)\hat{i} + (0 + 2z)\hat{j} + (3z^2 - 0)\hat{k}$$

$$= -6xz\hat{i} + 2z\hat{j} + 3z^2\hat{k}$$

b). Curl terhadap V_2

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & 2yz & 3xz \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial (3xz)}{\partial y} - \frac{\partial (2yz)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial (xy)}{\partial z} - \frac{\partial (3xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial (2yz)}{\partial x} - \frac{\partial (xy)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 2y)\hat{i} + (0 - 3z)\hat{j} + (0 - x)\hat{k}$$

$$= -2y\hat{i} - 3z\hat{j} - x\hat{k}$$