

- 1.) a.) Gaya coulomb yang dialami oleh muatan q_4 dapat dihitung menggunakan hukum coulomb:

$$F = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_4}{r^2}$$

$$r = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2} \quad \} r \text{ antara } q_1 \text{ \& } q_4$$

$$r = 0 \text{ cm}$$

Sehingga

$$F = \frac{1 \text{ dyne} \cdot (2 - (-1))}{0^2}$$

$$F = \frac{2}{0} = 0$$

Karena $r = 0$ artinya muatan q_4 berada pada posisi yang sama dg q_1 , sehingga gaya coulomb q_4 tidak terdefinisikan.

- b) Medan listrik pada titik $(0,0)$ atau muatan q_4 .

Peny.

$$E = \frac{k \cdot q_i}{r_i^2}$$

$$E_{\text{total}} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$$

$$= \frac{kq_1}{r_1^2} + \frac{kq_2}{r_2^2} + \frac{kq_3}{r_3^2} + \frac{kq_4}{r_4^2}$$

$$= \frac{1 \cdot 2}{4^2} + \frac{1 \cdot 5}{3^2} + \frac{1 \cdot 10}{5^2} + \frac{1 \cdot (-1)}{0^2}$$

$$= \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25} + \frac{-1}{0}$$

$$= \frac{2}{16} + \frac{5}{9} + \frac{10}{25}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{5}{9} + \frac{2}{5}$$

$$= \frac{9}{72} + \frac{40}{72} + \frac{28}{72} = \underline{\underline{77}}$$

Sehingga medan listrik di titik (0,0) adalah $\frac{77}{72}$ dyne/stat.C.

c) Potensial listrik pada titik (0,0)
Peny.

$$V = k \cdot \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right)$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} + \frac{-1}{0} \right)$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{2}{1} \right)$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{3}{6} + \frac{10}{6} + \frac{12}{6} \right)$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{25}{6} \right)$$

2) Diketahui

Kawat dg panjang a , membawa muatan seragam λ . Titik P berada diatas kawat ~~panjang~~ pada jarak z dan tengah-tengah kawat

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

dimana $\rightarrow E$ = Medan listrik

k = Konstanta coulomb ($9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$)

Q = muatan listrik

r = Jarak antara elemen keal dan titik P

(dihitung menggunakan teorema pythagoras)

$$r^2 = \sqrt{z^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

Mengintegrasi medan listrik dan semua elemen keal

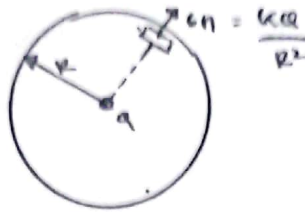
$$E = \int dE = \int k \cdot \frac{\lambda dx}{r^2}$$

$$E = \frac{2k\lambda}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}$$

maka medan listrik titik P pada kawat lurus dg panjang a , muatan seragam λ dan jarak z dari tengah kawat adalah

$$E = \frac{2k\lambda}{\sqrt{z^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}$$

3) Hukum Gauss adalah hukum yg menghubungkan fluks listrik atau magnetik yang menembus suatu permukaan tertutup dengan muatan listrik yg terkandung didalamnya.



Gambar 1. Suatu permukaan berbentuk bola yg melingkupi muatan titik q . Jumlah garis medan listrik yg melintasi permukaan ini akan bergerak melintasi semua bagian permukaan yang melingkupi q . Fluksnya dapat dg mudah dihitung untuk permukaan berbentuk bola. Fluks ini besarnya adalah E_n kali luas permukaan $4\pi R^2$.

Gambar diatas menunjukkan suatu permukaan bola. berjari-jari R yang berpusat di muatan q . Medan listrik tersebar tempat pd permukaan tegak lurus terhadap permukaan tersebut dan memiliki besar

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Fluks total yang melewati permukaan bola

$$Q_{\text{net}} = \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} = E_n \oint dA$$

Fluks total yg melewati setiap permukaan

$$\oint E_n dA = 4\pi k Q_{\text{dalam}} \quad (\text{persamaan Gauss dalam bentuk integral})$$

$$\oint E_n dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

E_n = fluks total

dA = luas permukaan yg dilalui fluks

Q_{dalam} = muatan yg dilingkupi oleh benda

r = jarak antara muatan dan permukaan Gauss

Penetapan hukum gauss

menghitung medan listrik dan magnetik, analisis rangkaian listrik.

Contoh soal

Sebuah silinder pejal panjang sekali, dengan jari-jari silinder R , rapat muatannya q , hitung medan listrik didalam silinder!

4) a) Curl terhadap V_1

$$\text{Solusi } \nabla \times \vec{V}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3xz^2)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(3xz^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) \hat{k} \\ &= (0 - 6xz) \hat{i} + (0 + 2z) \hat{j} + (3z^2 - 0) \hat{k} \\ &= -6xz \hat{i} + 2z \hat{j} + 3z^2 \hat{k} \end{aligned}$$

b) Curl terhadap V_2

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & 2yz & 3xz \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\partial(3xz)}{\partial y} - \frac{\partial(2yz)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(xy)}{\partial z} - \frac{\partial(3xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(2yz)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right) \hat{k} \\ &= (0 - 2y) \hat{i} + (0 - 3z) \hat{j} + (0 - x) \hat{k} \\ &= -2y \hat{i} - 3z \hat{j} - x \hat{k} \end{aligned}$$