

Nama : Nadia Agustina

Npm : 2213021009

Kelas : A

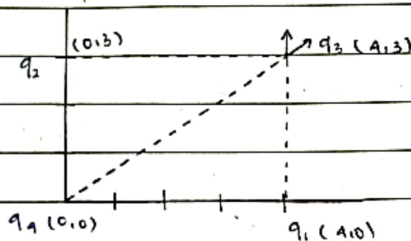
UTS KALISMA

1. Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut:

$q_1(4,0) = 2 \text{ stat.c}$, $q_2(0,3) = 5 \text{ stat.c}$, $q_3(4,3) = 10 \text{ stat.c}$, dan $q_4(0,0) = -1 \text{ stat.c}$. Tentukan medan listrik pada posisi $(0,0)$, dimana jarak dalam cm, dengan $k = 1 \text{ dyne.cm}^2/\text{stat.c}^2$. Hitung:

- Gaya Coulomb yang dialami oleh muatan q_4
- Medan listrik pada titik $(0,0)$, atau muatan q_4
- Potensial listrik pada titik $(0,0)$.

Jawaban:



a. Gaya Coulomb yang dialami q_4

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Jarak q_1 dan q_4

$$\sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2} = 0 \text{ cm.}$$

Gaya Coulomb:

$$F_{41} = k \frac{q_4 q_1}{r^2}$$

$$= 1 \frac{-1 \cdot 2}{0^2}$$

$$= 0$$

$$F_{41} = k \frac{q_4 q_1}{r^2}$$

$$= 1 \frac{0 \cdot 2}{0^2} = 0 \text{ Gaya Coulomb}$$

tdk terdistribusi.

b. Medan listrik pada titik $(0,0)$ Muatan q_4

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}, \text{ Dengan } \hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\rightarrow q_1 \vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{16} (\hat{i})$$

$$\rightarrow q_2 \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5}{9} (\hat{j})$$

$$\rightarrow q_3 \vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10}{25} \left(\frac{4\hat{i} + 3\hat{j}}{5} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{40}{125} \hat{i} + \frac{30}{125} \hat{j} \right)$$

$$\rightarrow q_4 \vec{E}_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-1}{0}$$

$$\vec{E}_{\text{total}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(\frac{2}{16} + \frac{40}{125} \right) (\hat{i}) + \left(\frac{5}{9} + \frac{30}{125} \right) (\hat{j}) \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{(0,47)^2 + (0,8)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot 0,92 = 8,35 \cdot 10^9 \text{ N/C}$$

c. potensial listrik pada titik (0,0)

$$V = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right)$$

$$V = 1 \text{ dyne.cm/Mc} \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{3} + \frac{10}{5} + \frac{-1}{0} \right)$$

$$V = 1 \text{ dyne.cm/Mc} \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{2}{1} + \text{undefined} \right)$$

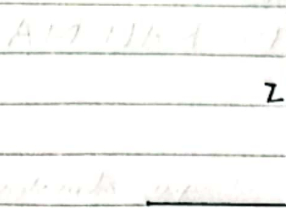
$$V = 1 \text{ dyne.cm/Mc} \left(\frac{3}{6} + \frac{10}{6} + \frac{12}{6} \right)$$

$$V = 1 \text{ dyne.cm/Mc} \left(\frac{25}{6} \right)$$

$$V = \frac{25}{6} = 4.16 \text{ dyne.cm/Mc}$$

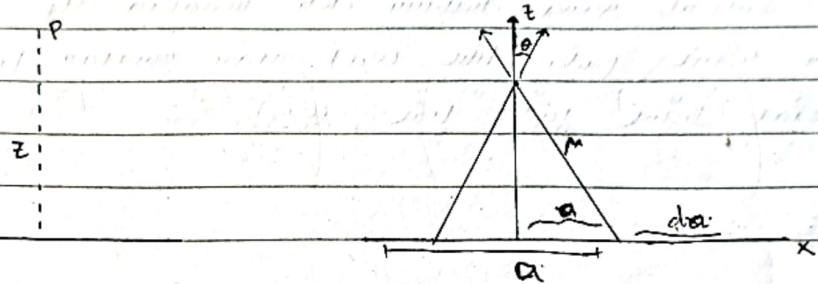
Jadi, potensial pada titik (0,0) adalah 4.16 dyne.cm/Mc.

2. Sebuah kawat lurus panjangnya a , membawa muatan λ . Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z di tengah kawat Gambar 1.



Gambar 1. kawat lurus dengan panjang a

Jawaban:



$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\lambda da}{r^2} \right) \cos \theta \hat{k}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\lambda \cdot a}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} (2\pi r \phi) = \frac{\lambda \cdot \phi}{\epsilon_0}$$

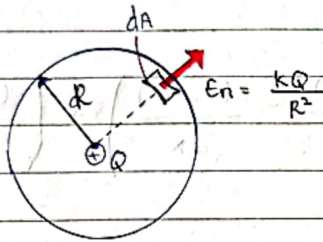
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

3. Apa yang diketahui tentang Hukum Gauss. (Jelaskan secara verbal, lalu gambar permukaan gauss, dan jelaskan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yang anda kemukakan, dimana Hukum Gauss diterapkan, dan beri contoh!

Jawab:

Hukum gauss yaitu hukum yang digunakan untuk menghitung jumlah besarnya sebuah fluks listrik melewati sebuah bidang.

Hukum gauss menyatakan bahwa besar fluks listrik yang melalui sebuah bidang akan berbanding lurus.



Gambar 3.1 Suatu permukaan berbentuk bola yang melingkupi muatan titik Q . Jumlah garis medan listrik yang melintasi permukaan ini akan bergerak melintasi semua bagian permukaan yang melingkupi Q . Fluksnya dapat dengan mudah dihitung untuk permukaan berbentuk bola. fluks ini besarnya adalah E_n kali luas permukaan $4\pi R^2$.

Gambar 3.1 menunjukkan suatu permukaan bola berjari-jari R yang pusatnya terletak dimuatan titik Q . Medan listrik disebarkan tempat pada permukaan tegak lurus terhadap permukaan tersebut dan memiliki besar.

$$\vec{E} = k \frac{Q}{R^2} \hat{r}$$

- Fluks total yang melewati permukaan bola :

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{net}} &= \oint \vec{E}_n \cdot d\vec{A} \quad \text{note: } dA = \text{luas total permukaan. } (4\pi R^2) \\ &= E_n \oint dA\end{aligned}$$

$$\Phi_{\text{net}} = E \cdot A = \frac{kQ}{R^2} 4\pi R^2 = 4\pi kQ$$



fluks total yang melewati setiap bagian permukaan ini besarnya adalah $4\pi k$ kali muatan total didalam permukaan itu disebut Hukum Gauss. Rumusannya:

$$\oint E_n dA = 4\pi k Q_{\text{dalam}} \quad (\text{dlm bentuk integral}) \text{ atau,}$$

$$\oint E_n dA = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

Keterangan:

E_n = fluks total

dA = luas permukaan

Q_{dalam} = muatan

k = jarak antara muatan dan permukaan Gauss.

Persamaan Gauss dalam bentuk diferensial

$$\oint E \cdot d\mathbf{a} = \int (\nabla \cdot \mathbf{E}) d\tau$$

$$Q_{\text{enc}} = \int \rho d\tau$$

$$\int (\nabla \cdot \mathbf{E}) d\tau = \int \left(\frac{1}{\epsilon_0} \rho \right) d\tau$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (\text{dalam bentuk diferensial})$$

"Hukum Gauss digunakan untuk mencari medan listrik di sekitar bola yang bermuatan seragam".

Contoh penerapan Hukum Gauss.

1. Sebuah kawat lurus panjang dengan rapat muatan $\lambda = 0.14 \text{ NC}$, berada pada sumbu y , muatan titik $q = 0.12 \text{ NC}$ terletak pada sumbu $x = 3 \text{ cm}$. Hitung medan listrik pada sumbu $z = 4 \text{ cm}$.
2. Sebuah silinder pejal panjang setali, dengan jari-jari silinder R , rapat muatannya ρ , hitung medan listrik didalam silinder!

1. Hitung curl atau rotasi dari fungsi vektor :

(a). $V_1 = x^2\hat{i} + 3xz^2\hat{j} - 2xz\hat{k}$

(b). $V_2 = xy\hat{i} + 2yz\hat{j} + 3xz\hat{k}$

Jawaban:

(a). Curl terhadap V_1

$$\nabla \times \vec{V}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & 3xz^2 & -2xz \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3xz^2)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(3xz^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 6xz)\hat{i} + (0 + 2z)\hat{j} + (3z^2 - 0)\hat{k}$$

$$= -6xz\hat{i} + 2z\hat{j} + 3z^2\hat{k}$$

(b). Curl terhadap V_2

$$\nabla \times \vec{V}_2 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & 2yz & 3xz \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial(3xz)}{\partial y} - \frac{\partial(2yz)}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial(xy)}{\partial z} - \frac{\partial(3xz)}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial(2yz)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$= (0 - 2y)\hat{i} + (0 - 3z)\hat{j} + (0 - x)\hat{k}$$

$$= -2y\hat{i} - 3z\hat{j} - x\hat{k}$$

