

Nama: Monica Katri Cahya Pratiwi

NPM: 2215022033

Kelas: A

UTS Kelistrikan dan Kemagnetan

1. Empat partikel bermuatan listrik terdistribusi sebagai berikut:

$$q_1 (4,0) = 2 \text{ stat.C}$$

$$q_2 (0,3) = 5 \text{ stat.C}$$

$$q_3 (4,3) = 10 \text{ stat.C}$$

$$q_4 (0,0) = -1 \text{ stat.C}$$

Tentukan medan listrik pada posisi (0,0) dimana jarak dalam Centimeter, dengan $K = 1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2$. Hitung:

- d. Gaya Colomb yang dialami oleh muatan q_4

Jawab:

$$F = K \frac{(q_1 \cdot q_2)}{r^2}$$

Diketahui:

$$r_1 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$r_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$r_3 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$F = K \frac{(q_1 \cdot q_1)}{r^2} + K \frac{(q_1 \cdot q_2)}{r^2} + K \frac{(q_4 \cdot q_3)}{r^2}$$

$$F = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \left[\frac{(-1 \text{ stat.C} \cdot 2 \text{ stat.C})}{(4 \text{ cm})^2} + \frac{(-1 \text{ stat.C} \cdot 5 \text{ stat.C})}{(3 \text{ cm})^2} + \frac{(-1 \text{ stat.C} \cdot 10 \text{ stat.C})}{(5 \text{ cm})^2} \right]$$

$$F = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \left[\frac{(-2)}{16 \text{ cm}^2} + \frac{(-5)}{9 \text{ cm}^2} + \frac{(-10)}{25 \text{ cm}^2} \right]$$

$$F = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \left[\frac{2}{16 \text{ cm}^2} + \frac{5}{9 \text{ cm}^2} + \frac{10}{25 \text{ cm}^2} \right]$$

$$F = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \left[\frac{1}{8 \text{ cm}^2} + \frac{5}{9 \text{ cm}^2} + \frac{2}{5 \text{ cm}^2} \right]$$

$$F = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \left[\frac{45}{360 \text{ cm}^2} + \frac{200}{360 \text{ cm}^2} + \frac{72}{360 \text{ cm}^2} \right]$$

$$F = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \left[\frac{317}{360 \text{ cm}^2} \right]$$

$$F \approx (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) (0,8806 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat} \cdot \text{C}^2) \approx 0,8806 \text{ dyne}$$

b. Medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4

Jawab:

$$E = \sum_{i=1}^4 K \frac{q_i}{r_i^2}$$

r_i = Jarak dari titik (0,0) ke setiap muatan

diketahui:

$$r_1 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$r_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$r_3 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$r_4 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{0} = 0 \text{ cm}$$

$$E = K \left[\frac{q_1}{r_1^2} + \frac{q_2}{r_2^2} + \frac{q_3}{r_3^2} + \frac{q_4}{r_4^2} \right]$$

$$E = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{2 \text{ stat C}}{4^2 \text{ cm}^2} + \frac{5 \text{ stat C}}{3^2 \text{ cm}^2} + \frac{10 \text{ stat C}}{5^2 \text{ cm}^2} + \frac{-1 \text{ stat C}}{0^2 \text{ cm}^2} \right]$$

$$E = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{2}{16 \text{ cm}^2} + \frac{5}{9 \text{ cm}^2} + \frac{10}{25 \text{ cm}^2} + \infty \right]$$

$$E = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{1}{8 \text{ cm}^2} + \frac{5}{9 \text{ cm}^2} + \frac{2}{5 \text{ cm}^2} + \infty \right]$$

$$E = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{45}{360 \text{ cm}^2} + \frac{200}{360 \text{ cm}^2} + \frac{72}{360 \text{ cm}^2} + \infty \right]$$

$$E = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left(\frac{317}{360 \text{ cm}^2} \right)$$

$$E \approx (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) (0,8806 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2)$$

$$E \approx 0,8806 \text{ dyne / cm}$$

Jadi, medan listrik pada titik (0,0) atau muatan q_4 adalah sekitar 0,8806 dyne / cm

c. Potensial listrik pada titik (0,0)

Jawab:

$$V = \sum_{i=1}^4 K \frac{q_i}{r_i}$$

diketahui:

$$r_1 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

$$r_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$r_3 = \sqrt{(0-4)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$r_4 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{0} = 0 \text{ cm}$$

$$V = K \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right]$$

$$V = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{2 \text{ stat C}}{9 \text{ cm}} + \frac{5 \text{ stat C}}{3 \text{ cm}} + \frac{10 \text{ stat C}}{5 \text{ cm}} + \frac{-1 \text{ stat C}}{0} \right]$$

$$V = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{2}{9 \text{ cm}} + \frac{5}{3 \text{ cm}} + \frac{10}{5 \text{ cm}} + \infty \right]$$

$$V = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{1}{2 \text{ cm}} + \frac{5}{3 \text{ cm}} + \frac{10}{5 \text{ cm}} + \infty \right]$$

$$V = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{15}{30 \text{ cm}} + \frac{50}{30 \text{ cm}} + \frac{60}{30 \text{ cm}} + \infty \right]$$

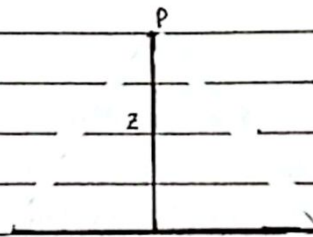
$$V = (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) \left[\frac{125}{30 \text{ cm}} + \infty \right]$$

$$V \approx (1 \text{ dyne} \cdot \text{cm}^2 / \text{stat C}^2) (4.1666 \text{ dyne} / \text{cm})$$

$$V \approx 4.1667 \text{ dyne} / \text{cm}$$

Jadi, Potensial listrik pada titik (0,0) adalah sekitar 4.1667 dyne / cm

2. Sebuah kawat lurus panjang z , membawa muatan seragam λ . Hitung medan listrik di titik P diatas kawat yang berjarak z ditengah-tengah kawat



Jawab:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{\lambda \cdot l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} (2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

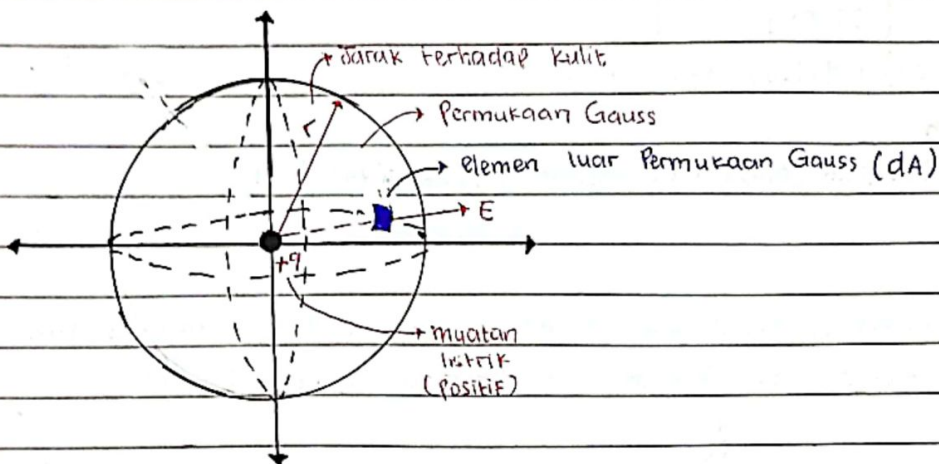
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

3. Yang diketahui tentang Hukum Gauss dan jelaskan secara verbal lalu gambarkan permukaan Gauss, dan jelaskan secara simbolik (rumus) sesuai definisi dan gambar yang anda kemukakan, dimana Hukum Gauss diterapkan, dan bericontoh!

Jawab:

Hukum Gauss adalah besar fluks atau garis gaya listrik yang keluar dari suatu permukaan tertutup sebanding muatan yang dilingkupi oleh luasan tertutup tersebut.

Permukaan Gauss berbentuk bola



Dalam sebuah permukaan Gauss didalamnya terdapat muatan $+q$ dengan jarak terhadap kulitnya yaitu r . Kemudian diambil potongan bola tersebut sebagai Sempel yang disebut dA (sempel dari sebuah luasan yang homogen), kemudian terdapat medan listrik (E) yang dikeluarkan oleh muatan $+q$. Sehingga Fluks listrik pada permukaan Gauss yaitu:

$$\begin{aligned}\Phi_c &= \oint E \cdot dA \\ &= \oint E \cdot dA \\ &= E \oint dA\end{aligned}$$

Ketika memasukan medan listriknya maka:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\oint dA = A = 4\pi r^2 \quad \rightarrow \quad \Phi_c = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Fluks listrik pada permukaan bola sebanding dengan muatan yang ada didalamnya}$$

Hukum Gauss diterapkan dalam menghitung medan listrik disekitar kawat berenergi, bola berenergi dan Plat berenergi. Contoh ketika menghitung medan listrik di sekitar bola berenergi maka dapat menggunakan hukum Gauss sebagai permukaan tertutup, dan hukum Gauss untuk menghitung fluks medan listrik melalui permukaan tersebut.

4. Hitunglah Curl atau rotasi dari Fungsi Vektor :

$$V_1 = x^2 \hat{i} + 3xz^2 \hat{j} - 2xz \hat{k}$$

$$V_2 = xy \hat{i} + 2yz \hat{j} + 3xz \hat{k}$$

Jawab :

$$\begin{aligned} \text{a. } \nabla \times \vec{V}_1 &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & 3xz^2 & -2xz \end{vmatrix} \\ &= \left[\frac{\partial(-2xz)}{\partial y} - \frac{\partial(3xz^2)}{\partial z} \right] \hat{i} + \left[\frac{\partial(x^2)}{\partial z} - \frac{\partial(-2xz)}{\partial x} \right] \hat{j} + \left[\frac{\partial(3xz^2)}{\partial x} - \frac{\partial(x^2)}{\partial y} \right] \hat{k} \end{aligned}$$

$$= (0 - 6xz) \hat{i} + (0 + 2z) \hat{j} + (3z^2 - 0) \hat{k}$$

$$= -6xz \hat{i} + 2z \hat{j} + 3z^2 \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \nabla \times \vec{V}_2 &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy & 2yz & 3xz \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$= \left[\frac{\partial(3xz)}{\partial y} - \frac{\partial(2yz)}{\partial z} \right] \hat{i} + \left[\frac{\partial(xy)}{\partial z} - \frac{\partial(3xz)}{\partial x} \right] \hat{j} + \left[\frac{\partial(2yz)}{\partial x} - \frac{\partial(xy)}{\partial y} \right] \hat{k}$$

$$= (0 - 2y) \hat{i} + (0 - 3z) \hat{j} + (0 - x) \hat{k}$$

$$= -2y \hat{i} - 3z \hat{j} - x \hat{k}$$