

ANALISIS RAGAM SATU ARAH

M.K. STATISTIKA



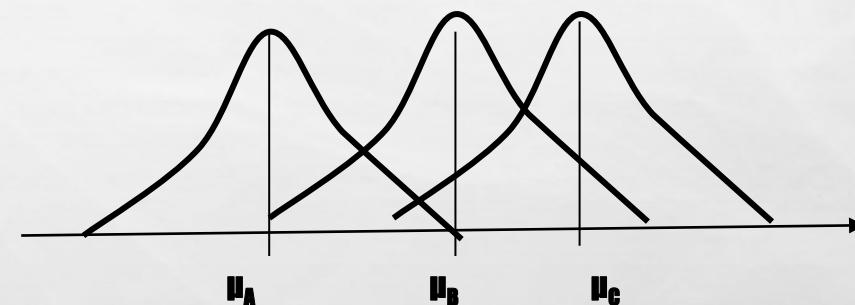
ANOVA

Latar belakang dikembangkan metode ini karena ingin dilakukan uji terhadap rata-rata populasi yang mengalami “perlakuan” yang berbeda-beda.

Pertanyaannya : apakah perbedaan rata-rata antara berbagai grup yang mengalami perlakuan berbeda tersebut signifikan atau tidak?



- Anova digunakan untuk membandingkan rata-rata populasi bukan ragam populasi.
- Menurut banyaknya faktor (kriteria) yang menjadi pusat perhatian, anova dibagi menjadi **anova satu arah**, **anova dua arah** dan **anova multi arah**.
- Ide dasar test anova adalah perbedaan rata-rata populasi ditentukan oleh dua faktor yaitu variasi data dalam 1 sampel dan variasi data antar sampel.
- Perbedaan rata-rata antar populasi nyata jika variasi data antar sampel besar sedangkan variasi data dalam 1 sampel kecil.



- Yang dimaksud ukuran variasi (measures of variation) adalah ukuran yang menyatakan seberapa banyak nilai-nilai data berbeda atau menyimpang dari nilai pusatnya/rata-rata.
- Dapat menguji rata-rata dengan uji Z atau t

- Asumsi untuk uji ANOVA adalah:
 1. Populasi semuanya normal
 2. Standard deviasi populasi sama
 3. Populasi independent : menganggap dua populasi terpisah tidak terkait, dengan masing-masing individu hanya termasuk dalam satu kelompok.
- Misal ada 4 grup A,B,C dan D dengan rata-rata sampel x_A , x_B , x_C dan x_D . Ingin diketahui apakah rata-rata populasi yang terkait dengan sampel tersebut sama? Kita bisa melakukan uji statistik bagi tiap sepasang mean, misal $\mu_A = \mu_B$ lalu $\mu_A = \mu_C$ dst. Semuanya ada 6 pasangan yg mungkin, jadi ada 6 uji yg harus dilakukan. Untuk masing-masing dilakukan test-t
- Apa kelemahan test-t sepasang-sepasang ini? 1. Banyak test harus dilakukan 2. Kesalahan tipe-1 (kesalahan yang terjadi jika kita menolak H_0 , padahal H_0 benar)

- Misal tiap-tiap test-t diuji dengan tingkat signifikan 0.05, berarti probabilitas H₀ diterima dan keputusan benar 0.95. Karena ada 6 pasangan test (dalam contoh sebelumnya) maka probabilitas telah dibuat keputusan benar karena menerima H₀ yg benar adalah $0.95 \times 0.95 \times 0.95 \times 0.95 \times 0.95 = 0.735$
- Jadi probabilitas melakukan error tipe I, yaitu H₀ benar tapi ditolak adalah $1 - 0.735 = 0.265$
- Oleh karena itu diperlukan uji yang dapat sekaligus membandingkan kesamaan rata-rata berbagai grup tersebut secara serempak.

Anova : menguji rata-rata satu kelompok / lebih melalui satu variabel dependen / lebih berbeda secara signifikan atau tidak.

ONE WAY ANOVA

Satu variabel dependen (kuantitatif) dan satu kelompok (kualitatif)

Contoh : apakah pandangan nelayan tentang ekosistem karang (kuantitatif) berbeda berdasarkan jenjang pendidikannya (kualitatif : SD, SLTP, SMU)

UNIVARIAT ANOVA

Satu variabel dependen tetapi kelompok berbeda

Contoh : apakah pertumbuhan ikan berbeda berdasarkan jenis pakan yang diberikan dan kelompok jenis kolam yang digunakan

Variabel dependen lebih dari satu tetapi kelompok sama

Contoh : apakah pertumbuhan dan rasio konversi pakan ikan berbeda untuk tiap jenis pakan yang diberikan

MULTIVARIAT ANOVA

Variabel dependen lebih dari satu dan kelompok berbeda

Contoh : apakah pertumbuhan ikan dan rasio konversi pakan berbeda berdasarkan jenis pakan yang diberikan dan kelompok jenis kolam yang digunakan

Model linier

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \text{atau}$$

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

Ket.:

Y_{ij} = pengamatan pada perlakuan ke - i dan ulangan ke - j

μ = rataan umum

τ_i = pengaruh perlakuan ke - i

$$= \mu_i - \mu$$

ε_{ij} = sisa/pengaruh acak pada perlakuan ke - i ulangan ke - j

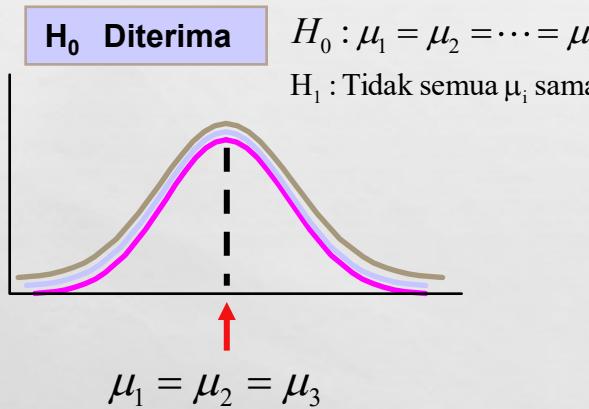
Struktur Data

Perlakuan						
Ulangan	P1	P2	P3	...	Pt	
1	Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	...	Y_{t1}	
2	Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	...	Y_{t2}	Total
3	Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	...	Y_{t3}	keseluruhan
...	
r	Y_{1r}	Y_{2r}	Y_{3r}	...	Y_{tr}	
Total	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	$Y_{3.}$...	$Y_{t.}$	$Y..$

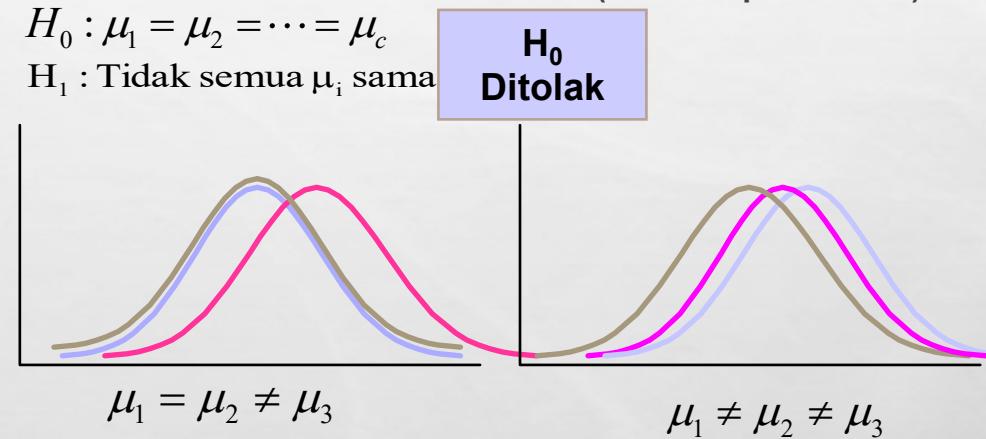
HIPOTESA ANOVA SATU ARAH

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_c$
 - Semua rata-rata populasi sama
 - Tidak ada pengaruh perlakuan/treatmen (tidak ada perbedaan diantara rata-rata grup)
- $H_1 : \text{Tidak semua } \mu_i \text{ sama}$
 - Minimal satu rata-rata populasi berbeda (yang lainnya sama)
 - Ada efek atau pengaruh perlakuan/treatment
 - Tidak berarti bahwa semua populasi berbeda

ANOVA Satu arah (Tidak ada efek perlakuan)

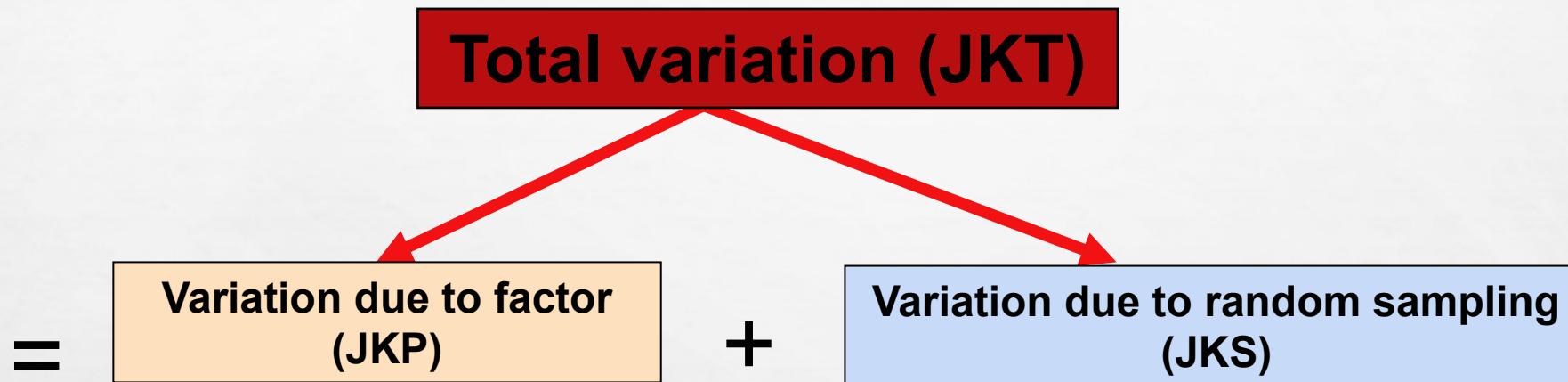


ANOVA Satu arah (ada efek perlakuan)



- Bila faktor yang menjadi perhatian berupa satu faktor, misalnya pengaruh jenis umpan terhadap hasil tangkapan pancing, maka anova yang kita gunakan adalah satu arah. Di sebut satu arah karena pusat perhatian kita hanya satu; dalam hal ini jenis umpan.

Penguraian keragaman total



Commonly referred to as:

- Sum of squares between
- Sum of squares among
- Sum of squares explained
- Among groups variation

Commonly referred to as:

- Sum of squares within
- Sum of squares error
- Sum of squares unexplained
- Within groups variation

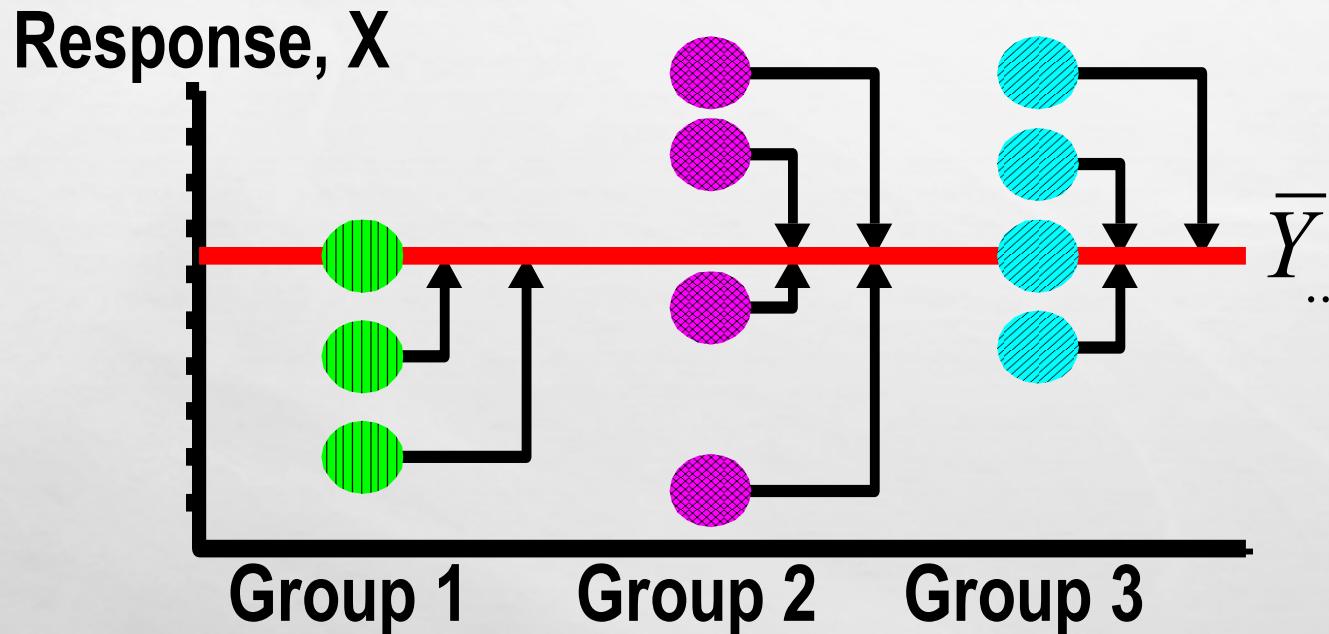
PENGURAIAN JUMLAH KUADRAT

$$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

Jumlah kuadrat total (JKT) = jumlah kuadrat perlakuan (JKP) + jumlah kuadrat sisa/galat (JKS)

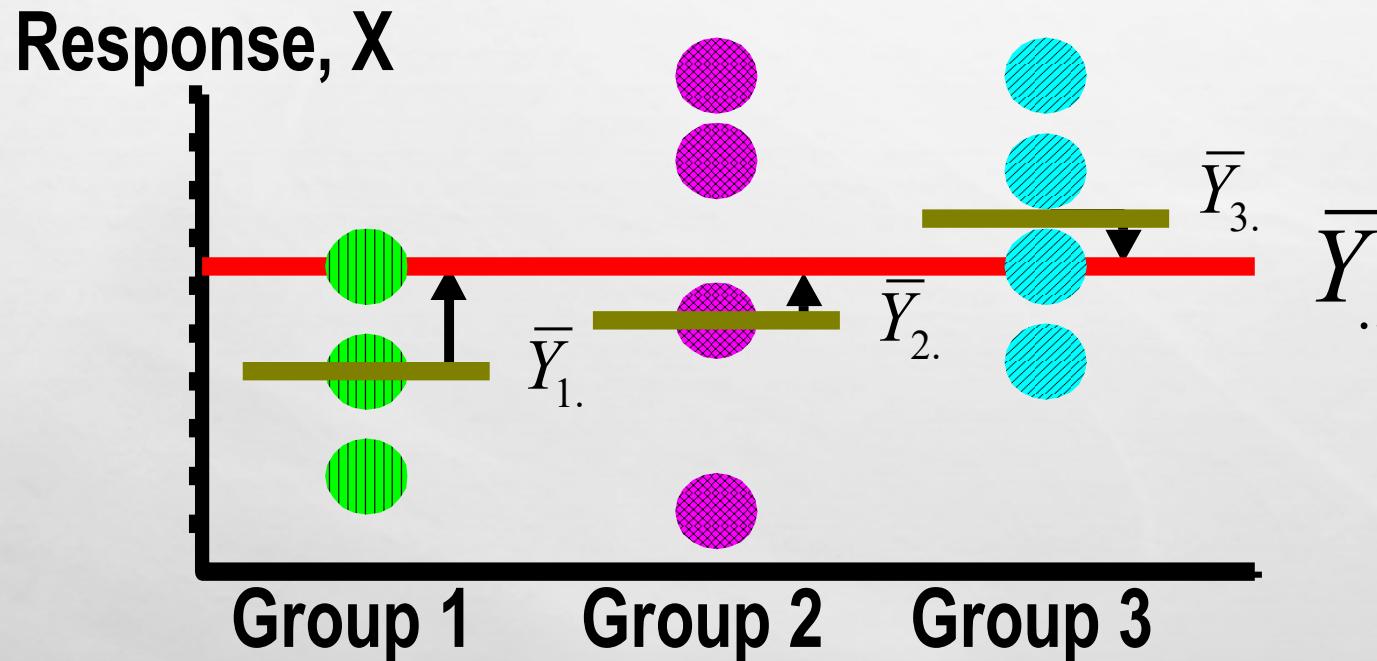
Jumlah kuadrat total

$$JKT = (Y_{11} - \bar{Y}_{..})^2 + (Y_{12} - \bar{Y}_{..})^2 + \dots + (Y_{tr_i} - \bar{Y}_{..})^2$$



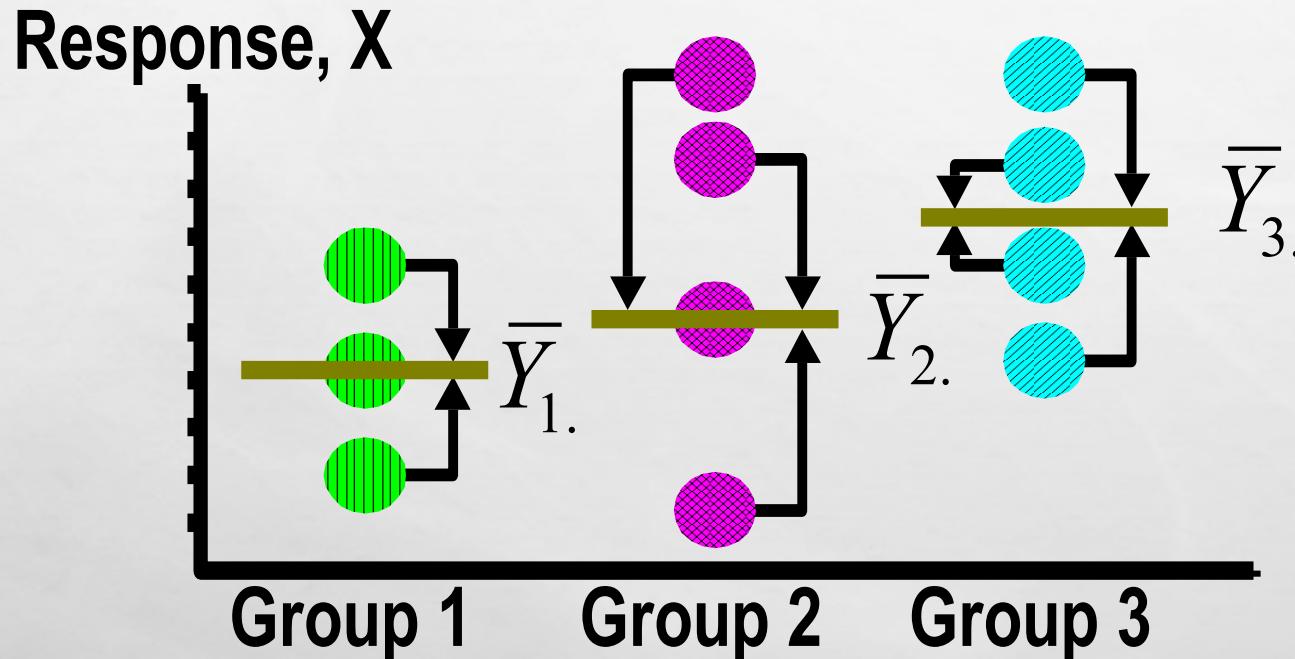
Among-group variation (JKP)

$$JKP = r_1(\bar{Y}_{1..} - \bar{Y}_{...})^2 + r_2(\bar{Y}_{2..} - \bar{Y}_{...})^2 + \dots + r_t(\bar{Y}_{t..} - \bar{Y}_{...})^2$$



Within-group variation (JKS)

$$JKS = (Y_{11} - \bar{Y}_{1\cdot})^2 + (Y_{12} - \bar{Y}_{1\cdot})^2 + \dots + (Y_{tr_t} - \bar{Y}_{t\cdot})^2$$



Perhitungan

FK = Faktor koreksi

$$FK = \frac{Y_{..}^2}{\sum_{i=1}^t r_i}$$

$$\begin{aligned} JKT &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} Y_{ij}^2 - FK \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKP &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} \left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^t \frac{Y_{i.}^2}{r_i} - FK \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKS &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} \right)^2 \\ &= JKT - JKP \end{aligned}$$

PENGUJIAN HIPOTESIS

- $F_{\text{HITUNG}} = KTP/KTG$
- PENDUGA DARI RAGAM SISA/GALAT ADALAH:

$$\hat{\sigma}^2 = KTS = \frac{JKS}{\sum(r_i - 1)}$$

- Bila nilai f_{hitung} lebih besar dari f_{tabel} maka hipotesis nol ditolak dan berlaku sebaliknya.
- F_{tabel} dapat dicari melalui tabel distribusi dengan $F_{\text{tab}}(\alpha, db1, db2)$

Struktur tabel sidiik ragam

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F-hitung
Perlakuan	t-1	JKP	KTP	KTP/KTS
Sisa	$t(r-1)$	JKS	KTS	
Total	$tr-1$	JKT		

Contoh soal

- Berikut ini adalah data hasil percobaan yang dilakukan oleh peneliti untuk melihat apakah ada perbedaan persentase protein pakan terhadap bobot ikan. Percobaan dilakukan dengan rancangan acak lengkap. Berikut ini adalah data bobot ikan (gram):

Ulangan	Perlakuan			Total
	10%	20%	30%	
1	70,2	64,0	88,4	
2	61,0	84,6	82,6	
3	87,6	73,0	90,2	
4	77,0	79,0	83,4	
5	68,6	81,0	80,8	
6	73,2	78,6	84,6	
7	57,4	71,0	93,6	
Total	495,0	531,2	603,6	1629,8
Rata-rata	70,71	75,89	86,23	77,6

Uji Hipotesis pada taraf nyata 0,01 dan 0,05 untuk :

H_0 = Tidak ada beda rata-rata bobot ikan untuk ketiga perlakuan pakan

Menghitung jumlah kuadrat:

$$FK = \frac{Y_{..}^2}{rt} = \frac{(1629,8)^2}{7 \times 3} = 126488,0019$$

$$JKT = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij}^2 - FK = (70,2)^2 + (61,0)^2 + \dots + (93,6)^2 - FK = 1901,5581$$

$$JKP = \sum_{i=1}^t \frac{Y_i^2}{r} - FK = \frac{(495,0)^2 + (531,2)^2 + (603,6)^2}{7} - FK = 873,6267$$

$$JKS = JKT - JKP = 1901,5581 - 873,6267 = 1027,9314$$

Menghitung Kuadrat Tengah:

$$KTP = \frac{JKP}{t - 1} = \frac{873,6267}{3 - 1} = 436,8134$$

$$KTS = \frac{JKG}{t(r - 1)} = \frac{967,3714}{3(7 - 1)} = 57,1073$$

Menghitung F_{hitung}:

$$F_{hitung} = \frac{KTP}{KTS} = \frac{436,8134}{57,1073} = 7,64$$

Sidik ragam pengaruh perlakuan terhadap bobot ikan:

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F-hitung	F-tabel	
					$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
Perlakuan	$t-1 = 2$	873,6267	436,8134	7,64	3,55	6,01
Sisa	$t(r-1) = 18$	1027,9314	57,1073			
Total	$tr-1 = 20$	1901,5581				

$F_{hitung} > F_{tabel \ 0,05} \rightarrow$ terdapat perbedaan sangat nyata

$F_{hitung} > F_{tabel \ 0,01} \rightarrow$ terdapat perbedaan sangat nyata

Persentase protein pakan (10%, 20%, dan 30%) memberikan perbedaan yang sangat nyata terhadap bobot ikan

Tabel Nilai Kritis Sebaran $F_{0.01} (v_1, v_2)$ v_1 : db pembilang v_2 : db penyebut

\backslash v_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
v_1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94

Tabel F untuk $\alpha = 0.05$

v_2	v_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88

v_2	v_1									
	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

TABEL XII
NILAI-NILAI UNTUK DISTRIBUSI F

Baris atas untuk 5%
Baris bawah untuk 1%

$v_z = dk$ penyebut	$v_1 = dk$ pembilang																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	00
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254
	4,052	4,999	5,403	5,625	5,764	5,859	5,926	5,961	6,022	6,056	6,082	6,106	6,142	6,169	6,208	6,234	6,258	6,288	6,302	6,223	6,334	6,352	6,361	6,366
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41	19,42	19,43	19,44	19,45	19,46	19,47	19,47	19,48	19,49	19,49	19,50	19,50
	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,38	99,38	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,49	99,49	99,49	99,50	99,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,60	8,58	8,57	8,56	8,54	8,54	8,53
	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,30	26,27	26,23	26,16	26,14	26,12
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,71	5,70	5,66	5,66	5,65	5,64	5,63
	21,20	18,00	16,89	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37	14,24	14,15	14,02	13,93	13,83	13,74	13,69	13,61	13,57	13,52	13,48	13,46
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,48	4,44	4,42	4,40	4,38	4,37	4,36
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89	9,77	9,66	9,55	9,47	9,36	9,29	9,24	9,17	9,13	9,07	9,04	9,02
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,72	3,71	3,69	3,66	3,67
	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,60	7,52	7,39	7,31	7,23	7,14	7,09	7,02	6,99	6,94	6,90	6,88
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,28	3,25	3,24	3,23
	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47	6,35	6,27	6,15	6,07	5,98	5,90	5,85	5,78	5,75	5,70	5,67	5,65
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,93
	11,26	8,05	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67	5,56	5,48	5,36	5,28	5,20	5,11	5,06	5,00	4,96	4,91	4,88	4,86
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,90	2,86	2,82	2,80	2,77	2,76	2,73	2,72	2,71
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,28	5,18	5,11	5,00	4,92	4,80	4,73	4,64	4,56	4,51	4,45	4,41	4,36	4,33	4,31
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,07	2,64	2,61	2,59	2,56	2,55	2,54
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,05	4,01	3,96	3,93	3,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45	2,42	2,41	2,40
	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,80	3,74	3,70	3,66	3,62	3,60
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,50	2,46	2,42	2,40	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,05	3,98	3,86	3,78	3,70	3,61	3,56	3,49	3,46	3,41	3,38	3,36
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,32	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21
	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,85	3,78	3,67	3,59	3,51	3,42	3,37	3,30	3,27	3,21	3,18	3,16
14	4,80	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,80	2,58	2,53	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	2,13
	8,86	6,51	5,56	5,03	4,80	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,88	3,80	3,70	3,62	3,51	3,43	3,34	3,28	3,21	3,14	3,11	3,06	3,02	3,00

v ₂ = dk penyebut	v ₁ = dk pembilang																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	00
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,21	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,07
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	3,56	3,48	3,38	3,29	3,20	3,12	3,07	3,00	2,97	2,92	2,89	2,87
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42	2,37	2,33	2,28	2,24	2,20	2,16	2,13	2,09	2,07	2,04	2,02	2,01
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55	3,45	3,37	3,25	3,18	3,10	3,01	2,96	2,89	2,86	2,80	2,77	2,75
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,82	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38	2,33	2,20	2,23	2,19	2,15	2,11	2,08	2,04	2,02	1,99	1,97	1,96
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45	3,35	3,27	3,16	3,08	3,00	2,92	2,86	2,79	2,78	2,70	2,67	2,65
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92
	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,44	3,37	3,27	3,19	3,07	3,00	2,91	2,83	2,78	2,71	2,68	2,02	2,59	2,57
19	4,38	3,52	3,13	2,80	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,34	2,31	2,26	2,21	2,15	2,11	2,07	2,02	2,00	1,96	1,94	1,91	1,90	1,88
	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,38	3,30	3,19	3,12	3,00	2,92	2,84	2,76	2,70	2,63	2,60	2,54	2,51	2,49
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,31	2,28	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,96	1,92	1,90	1,87	1,85	1,84
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,71	3,58	3,45	3,37	3,30	3,23	3,13	3,05	2,94	2,86	2,77	2,69	2,63	2,58	2,53	2,47	2,44	2,42
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	2,15	2,09	2,05	2,00	1,96	1,93	1,89	1,87	1,84	1,82	1,81
	8,02	5,70	4,87	4,37	4,04	3,81	3,05	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17	3,07	2,99	2,88	2,80	2,72	2,63	2,58	2,51	2,47	2,42	2,38	2,38
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,28	2,23	2,18	2,13	2,07	2,03	1,98	1,93	1,91	1,97	1,84	1,81	1,80	1,78
	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,78	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12	3,02	2,94	2,83	2,75	2,67	2,58	2,53	2,46	2,42	2,37	2,33	2,31
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,24	2,20	2,14	2,10	2,04	2,00	1,98	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76
	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07	2,97	2,89	2,78	2,70	2,62	2,53	2,48	2,41	2,37	2,32	2,28	2,28
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,22	2,18	2,13	2,09	2,02	1,98	1,98	1,89	1,88	1,92	1,80	1,76	1,74	1,73
	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,38	3,25	3,17	3,09	3,03	2,93	2,85	2,74	2,66	2,58	2,49	2,41	2,38	2,33	2,27	2,23	2,21
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,11	2,06	2,00	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,77	1,74	1,72	1,71
	7,77	5,67	4,68	4,18	3,88	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	3,05	2,99	2,89	2,81	2,70	2,02	2,54	2,45	2,40	2,32	2,29	2,23	2,19	2,17
26	4,22	3,37	2,89	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,10	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,82	1,78	1,76	1,72	1,70	1,69
	7,72	5,63	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	3,02	2,96	2,86	2,77	2,66	2,58	2,50	2,41	2,36	2,28	2,25	2,19	2,15	2,13
27	4,21	3,35	2,98	2,73	2,57	2,48	2,37	2,30	2,25	2,20	2,10	2,13	2,08	2,03	1,97	1,93	1,88	1,84	1,80	1,76	1,74	1,71	1,68	1,67
	7,68	5,49	4,60	4,11	3,79	3,58	3,39	3,26	3,14	3,06	2,98	2,93	2,83	2,74	2,63	2,55	2,47	2,38	2,33	2,25	2,21	2,16	2,12	2,10
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,58	2,44	2,38	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,06	2,02	2,96	1,91	1,87	1,81	1,78	1,75	1,72	1,69	1,87	1,85
	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,95	2,90	2,80	2,71	2,60	2,52	2,44	2,35	2,30	2,22	2,18	2,13	2,09	2,06
29	4,18	3,33	2,63	2,70	2,54	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,05	2,00	1,94	1,90	1,85	1,80	1,77	1,73	1,71	1,68	1,65	1,64
	7,60	5,52	4,54	4,04	3,73	3,60	3,33	3,20	3,08	3,00	2,92	2,87	2,77	2,68	2,57	2,49	2,41	2,32	2,27	2,19	2,15	2,10	2,06	2,03

v ₂ = dk penyebut	v ₁ = dk pembilang																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	00	
30	4,17	3,32	2,92	2,60	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,78	1,72	1,69	1,66	1,64	1,62	
	7,58	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,06	2,98	2,90	2,84	2,74	2,66	2,55	2,47	2,38	2,29	2,24	2,18	2,13	2,07	2,03	2,01	
32	4,15	3,30	2,90	2,67	2,51	2,40	2,32	2,25	2,19	2,14	2,10	2,07	2,02	1,97	1,91	1,86	1,82	1,76	1,74	1,69	1,67	1,64	1,61	1,59	
	7,50	5,34	4,46	3,97	3,66	3,42	3,25	3,12	3,01	2,94	2,88	2,80	2,70	2,62	2,51	2,42	2,34	2,25	2,20	2,12	2,08	2,02	1,98	1,98	
34	4,13	3,28	2,88	2,85	2,49	2,38	2,30	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	2,00	1,95	2,89	1,84	1,80	1,74	1,71	1,67	1,64	1,61	1,59	1,57	
	7,44	5,29	4,42	3,83	3,61	3,38	3,21	3,08	2,97	2,89	2,82	2,76	2,66	2,58	2,47	2,38	2,30	2,21	2,15	2,08	2,04	1,98	1,94	1,91	
36	4,11	3,26	2,80	2,63	2,48	2,38	2,26	2,21	2,15	2,10	2,08	2,03	1,89	1,93	1,87	1,82	1,78	1,72	1,89	1,85	1,62	1,59	1,58	1,55	
	7,39	5,25	4,38	3,89	3,58	3,35	3,18	3,04	2,94	2,88	2,78	2,72	2,62	2,54	2,43	2,35	2,26	2,17	2,12	2,04	2,00	1,94	1,90	1,87	
38	4,10	3,25	2,85	2,62	2,48	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,96	1,92	1,85	1,80	1,76	1,71	1,67	1,63	1,60	1,57	1,54	1,53	
	7,35	5,21	4,34	3,88	3,54	3,32	3,15	3,02	2,91	2,82	2,75	2,69	2,58	2,51	2,40	2,32	2,22	2,14	2,06	2,00	1,97	1,90	1,88	1,84	
40	4,08	3,23	2,84	2,81	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,04	2,00	1,95	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51	
	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,80	2,73	2,66	2,56	2,49	2,37	2,29	2,20	2,11	2,05	1,97	1,94	1,88	1,84	1,81	
42	4,07	3,22	2,63	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,08	1,99	1,94	1,89	1,82	1,78	1,73	1,68	1,64	1,60	1,57	1,51	1,54	1,51	1,49	
	7,27	5,15	4,29	3,80	3,49	3,28	3,10	2,98	2,86	2,77	2,70	2,61	2,54	2,48	2,35	2,25	2,17	2,08	2,02	1,94	1,91	1,85	1,80	1,78	
44	4,06	3,21	2,62	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98	1,92	1,88	1,81	1,78	1,72	1,66	1,63	1,58	1,56	1,52	1,50	1,48	
	7,24	5,12	4,26	3,78	3,48	3,24	3,07	2,94	2,84	2,75	2,68	2,62	2,52	2,44	2,32	2,24	2,15	2,06	2,00	1,92	1,88	1,82	1,78	1,75	
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,14	2,09	2,04	2,00	1,97	1,91	1,87	1,80	1,75	1,71	1,65	1,62	1,57	1,54	1,51	1,48	1,48	
	7,21	5,10	4,24	3,78	3,44	3,22	3,05	2,92	2,82	2,73	2,66	2,60	2,50	2,42	2,30	2,22	2,13	2,04	1,98	1,90	1,88	1,80	1,78	1,72	
48	4,04	3,19	2,80	2,56	2,41	2,30	2,21	2,14	2,06	2,03	1,99	1,98	1,90	1,86	1,79	1,74	1,70	1,64	1,61	1,58	1,53	1,50	1,47	1,45	
	7,19	5,08	4,22	3,74	3,42	3,20	3,04	2,90	2,80	2,71	2,64	2,58	2,48	2,40	2,28	2,20	2,11	2,02	1,98	1,88	1,84	1,78	1,73	1,70	
50	4,03	3,18	2,79	2,36	2,10	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,98	1,95	1,90	1,85	1,78	1,71	1,69	1,63	1,60	1,55	1,52	1,48	1,46	1,44	
	7,17	5,08	1,20	3,72	3,11	3,15	3,02	2,88	2,78	2,70	2,62	2,56	2,16	2,39	2,26	2,18	2,10	2,00	1,91	1,88	1,82	1,76	1,71	1,68	
55	1,02	3,17	2,78	2,51	2,38	2,27	2,18	2,11	2,05	2,00	1,97	1,93	1,88	1,83	1,78	1,72	1,67	1,61	1,58	1,52	1,50	1,48	1,43	1,41	
	7,12	5,01	1,16	3,68	3,37	3,45	2,98	2,83	2,75	2,66	2,59	2,53	2,43	2,35	2,23	2,15	2,00	1,96	1,90	1,82	1,78	1,71	1,66	1,61	
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,23	2,17	2,10	2,01	1,99	1,95	1,92	1,86	1,81	1,75	1,70	1,63	1,59	1,56	1,50	1,48	1,44	1,41	1,39	
	7,08	4,98	4,13	3,65	3,31	3,12	2,95	2,82	2,72	2,03	2,58	2,50	2,40	2,32	2,20	2,12	2,03	1,93	1,87	1,79	1,71	1,68	1,63	1,60	
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,38	2,24	2,15	2,06	2,02	1,98	1,94	1,90	1,65	1,60	1,74	1,58	1,53	1,57	1,54	1,49	1,48	1,42	1,39	1,37	
	7,04	4,95	4,10	3,62	3,34	3,09	2,93	2,79	2,70	2,01	2,54	2,47	2,37	2,30	2,18	2,09	2,00	1,90	1,84	1,76	1,71	1,64	1,60	1,58	
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,32	2,14	2,07	2,01	1,97	1,93	1,89	1,84	1,79	1,72	1,67	1,62	1,56	1,54	1,47	1,45	1,40	1,37	1,35	
	7,01	4,92	4,08	3,60	3,29	3,07	2,91	2,77	2,67	2,59	2,51	2,45	2,35	2,28	2,15	2,07	1,96	1,88	1,82	1,74	1,89	1,63	1,56	1,53	

$v_2 = dk$ penyebut	$v_1 = dk$ pembilang																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	00
80	3,96	3,44	3,72	2,48	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99	1,95	1,91	1,88	1,82	1,77	1,70	1,65	1,60	1,54	1,51	1,45	1,42	1,38	1,35	1,32
	6,98	4,88	4,04	3,58	3,25	3,04	2,87	2,74	2,67	2,55	2,46	2,44	2,32	2,24	2,14	2,03	1,94	1,84	1,78	1,70	1,65	1,57	1,52	1,49
100	3,94	3,09	2,70	3,48	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,51	1,48	1,42	1,39	1,34	1,30	1,28
	6,90	4,82	3,98	3,51	3,20	2,99	2,82	2,65	2,59	2,51	2,43	2,36	2,26	2,19	2,06	1,98	1,89	1,79	1,73	1,64	1,59	1,51	1,46	1,43
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,95	1,90	1,88	1,83	1,77	1,72	1,65	1,60	1,55	1,49	1,45	1,39	1,38	1,31	1,27	1,25
	6,84	4,78	3,94	3,47	3,17	2,95	2,79	2,65	2,56	2,47	2,40	2,33	2,23	2,15	2,03	1,94	1,85	1,75	1,68	1,59	1,54	1,46	1,40	1,37
150	3,91	3,06	2,67	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	1,82	1,76	1,71	1,64	1,59	1,54	1,47	1,44	1,37	1,34	1,29	1,25	1,22
	6,81	4,75	3,91	3,44	3,13	2,92	2,79	2,62	2,53	2,44	2,37	2,30	2,20	2,12	2,00	1,94	1,80	1,72	1,66	1,58	1,51	1,43	1,37	1,33
200	3,89	3,04	2,65	2,41	2,26	2,14	2,05	1,98	1,92	1,87	1,83	1,80	1,74	1,69	1,62	1,57	1,52	1,45	1,42	1,35	1,32	1,26	1,22	1,19
	6,76	4,74	3,88	3,41	3,11	2,90	2,73	2,60	2,50	2,44	2,34	2,28	2,17	2,09	1,97	1,88	1,79	1,69	1,62	1,53	1,48	1,39	1,33	1,28
400	3,86	3,02	2,82	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,78	1,72	1,67	1,60	1,54	1,49	1,42	1,38	1,32	1,28	1,22	1,16	1,13
	6,70	4,86	4,83	3,36	3,08	2,85	2,69	2,55	2,16	2,37	2,29	2,23	2,12	2,04	1,92	1,84	1,74	1,64	1,57	1,47	1,42	1,32	1,24	1,19
1.000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76	1,70	1,65	1,58	1,53	1,47	1,41	1,36	1,30	1,26	1,19	0,13	1,08
	6,68	4,62	3,80	3,34	3,04	2,82	2,66	2,53	2,43	2,34	2,26	2,20	2,09	2,01	1,89	1,81	1,71	1,64	1,54	1,44	1,38	1,28	1,19	1,11
200	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75	1,69	1,64	1,57	1,52	1,46	1,40	1,35	1,28	1,24	1,17	1,11	1,00
	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,24	2,18	2,07	1,99	1,87	1,79	1,69	1,56	1,52	1,41	1,36	1,25	1,15	1,00

TERIMA KASIH

