

BAB III

metoda penentuan potensial

3.1 persamaan laplace

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$, untuk $\vec{E}$ konservatif

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla \cdot \nabla V$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \rho = -\nabla^2 V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \rightarrow \text{Hukum Poisson}$$

$\nabla^2 V = 0 \rightarrow$ persamaan laplace

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0; \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

pembahasan ini dibatasi pada persamaan laplace satu dimensi, untuk menghitung potensial listrik pada rumus potensial

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

dalam persamaan laplace $\rho = 0$, $\epsilon_0 = \text{konstan}$

$$\nabla^2 V = 0; \text{ untuk satu dimensi maka } \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0$$

Karena V fungsi dari x saja, maka $\frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dV}{dx} \right) = 0$

$$\frac{dV}{dx} = k, k = \text{konstan}$$

$$dV = k dx$$

$$V = kx + b, b = \text{konstan}$$

$$V(x) = kx + b$$

Untuk koordinat bola, maka persamaan laplace satu dimensi;

$$\nabla^2 V = 0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV}{dr} \right) = 0$$

$$r^2 \frac{dV}{dr} = r^2 \frac{dV}{dr} = k$$

$$dV = \frac{1}{r^2} k dr$$

$$V(r) = -\frac{1}{r} k + C$$