

Nama : Latia Merinda

NPM : 2013022026

Metode Penentuan Potensial

No. :

3.1) Persamaan Laplace

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0, \text{ Untuk } \vec{E} \text{ konservatif}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{p} = \int \nabla \cdot \vec{E} = dA = 0$$

$$\Delta \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$E = -\nabla V$$

$$\nabla E = -\nabla \cdot \nabla V$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \rho = -\nabla^2 V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \Rightarrow \text{Hukum Poisson}$$

$$\nabla^2 V = 0 \Rightarrow \text{Persamaan Laplace}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0; \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Pembahasan diatas merupakan persamaan Laplace satu dimensi, Untuk menghitung Potensial listrik dari rumus Poisson yaitu:

$$\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Dalam persamaan Laplace $\rho = 0$, $\epsilon_0 = \text{konstan}$

$$\nabla^2 V = 0; \text{ Untuk satu dimensi, maka: } \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0$$

3.2) Metode Bayangan

a.) Muatan titik dengan batang konduktor

$$2. \quad E_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{(r + 2h \cos \theta)}{(r^2 + 4h^2 + 4hr \cos \theta)^{3/2}} \right]$$

$$2. \quad E_\theta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2h \sin \theta}{(r^2 + 4h^2 + 4hr \cos \theta)^{3/2}} \right]$$

$$E_z = E_r \cos \theta - E_\theta \sin \theta$$

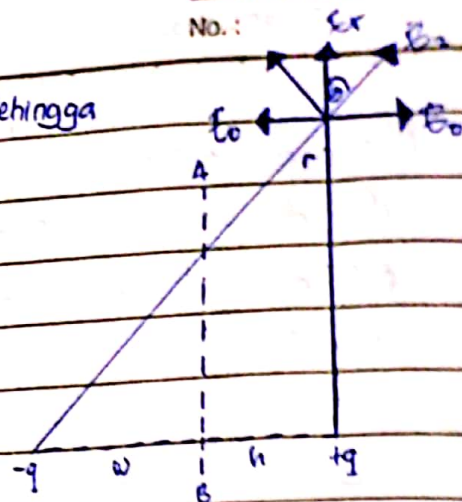
$$E_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\cos \theta}{r^2} - \frac{r \cos \theta + 2h}{r^3} \right)$$

Untuk setiap titik pada bidang AB, $r \cdot r' = a$, sehingga

$$F_k(a) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\cos\theta}{a^2} - \frac{a \cos\theta + 2h}{a^3} \right)$$

$$= \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2h}{a^2} \right) = -\frac{qh}{2\pi\epsilon_0 a^3} = -\frac{1}{\epsilon_0}$$

$$\sigma(a) = -\frac{qh}{2\pi a^3}$$



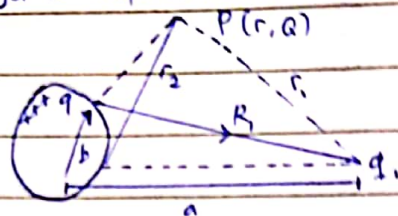
b) Muatan titik dengan bola konduktor

Menempatkan $-q$ sedemikianrupa sehingga V dipermukaan bola $V=0$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

$$R_1^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos\theta$$

$$R_2^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos\theta$$



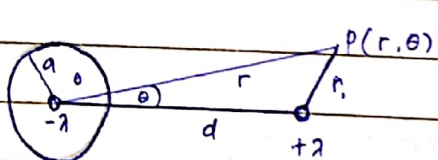
Untuk $V=0$, maka:

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \rightarrow \frac{q_1^2}{R_1^2} = \frac{q_2^2}{R_2^2} = \frac{a^2 + d^2 - 2ad \cos\theta}{a^2 + b^2 - 2ab \cos\theta}$$

$$\left(\frac{q_1}{q_2} \right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{d}{b} \left(\frac{a^2/d + d - 2a \cos\theta}{a^2/b + b - 2a \cos\theta} \right)$$

c) Muatan garis dengan silinder bermuatan

Ada 2 Muatan garis saling sejajar terpisah sejauh d .



Agar $V=0$ Maka:

$$C = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r'}{r} \right)^2, \quad V \text{ Semua permukaan, dimana}$$

Dimana $V=0$

$V \text{ permukaan} \Rightarrow V=0$

$$V_p = \frac{+\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r' - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r + C$$

$$\left(\frac{r'}{r} \right)^2 = r^2 + d^2 - 2rd \cos\theta = m^2 = \text{konstanta}$$

dengan $0 < m < \infty$

$$r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta = m^2 r^2, \text{ diperoleh :}$$

$$\left(x + \frac{q}{m^2}\right)^2 + y^2 = \frac{m^2 d^2}{(m^2 - 1)^2} \rightarrow \left(-\frac{d}{m^2 - 1}, 0\right)$$

$$\text{Jari-Jari Silinder } a = \frac{md}{m^2 - 1}, \quad x = \frac{d}{m^2 - 1}, \quad y = 0$$

3.3) Ekspansi Multipol

1.) Monopoli (kutub tunggal)

$$V_P = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \dots (1)$$

$$V_R = - \int_{\infty}^R \vec{E} \cdot d\vec{r} \dots (2)$$

$$V_P - V_R = \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_{\infty}^R \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

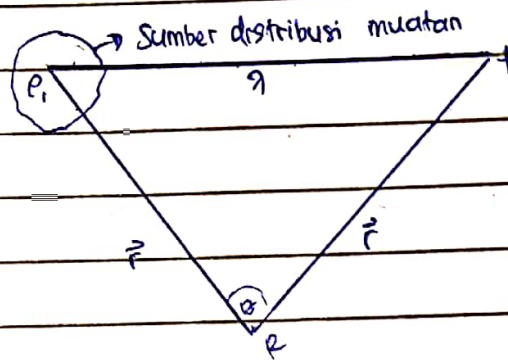
$$V_{RP} = - \int_P^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_P^R \frac{q}{r^2} dr$$

Apabila muatan berupa titik

$$V_P = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Jadi $V_m(r) \sim \frac{1}{r}$; $V_{(m)P}$ = Potensial monopoli di P



2.) Dipole (dua kutub) listrik

Dipole adalah pasangan muatan listrik yang mempunyai muatan yang berlawanan ($q_1 = -q_2$). Ciri-ciri dipol listrik antara lain :

1. Jumlah muatannya adalah 0 (nol)
2. Jaraknya relatif dekat
3. Jumlah momen dipolnya tidak sama dengan nol ($\neq 0$)
4. Jumlahnya tidak merupakan muatan titik besarnya potensial oleh dipol listrik