

Nama : Rosa Salsabila Latifah  
Npm : 2013022050

### BAB III Metode Penentuan Potensial

#### 3.1 Persamaan Laplace

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0$ , untuk  $\vec{E}$  konservatif

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{P} = \int \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\Delta \times \vec{E} = 0$$

$$\nabla E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$E = -\nabla V$$

$$\nabla E = -\nabla \cdot \nabla V$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} \rho = -\nabla^2 V$$

$$\nabla^2 V = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \rightarrow \text{hukum Poisson}$$

$$\nabla^2 V = 0 \rightarrow \text{Persamaan Laplace}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0; \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0; \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Pembahasan di atas merupakan persamaan Laplace satu dimensi, untuk menghitung potensial listrik dari rumus Poisson yaitu:

$$\nabla^2 V = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Dalam persamaan Laplace  $\rho = 0$ ,  $\epsilon_0$  : konstan

$\nabla^2 V = 0$ ; untuk satu dimensi, maka

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} = 0$$

#### 3.2 Metode Bayangan

a. Muatan titik dengan batang konduktor

$$\therefore E_P = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{(r + 2h \cos \theta)}{(r^2 + 4h^2 + 4hr \cos \theta)^{3/2}} \right]$$

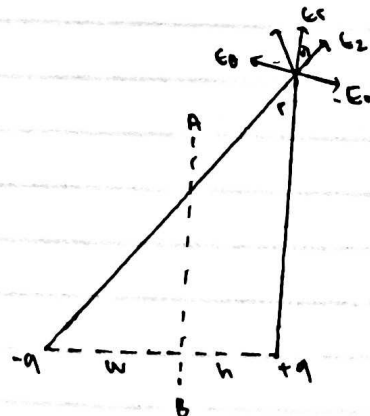
$$\therefore E_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{2h \sin \theta}{(r^2 + 4h^2 + 4hr \cos \theta)^{3/2}} \right]$$

$$E_z = E_r \cos \theta - E_0 \sin \theta$$

$$E_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\cos \theta}{r^2} - \frac{r \cos \theta + 2h}{r^2 z} \right]$$

Untuk setiap titik pada bidang AB,  $r \cdot r' = a$ , sehingga

$$E_z(a) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\cos \theta}{a^2} - \frac{a \cos \theta + 2h}{a^3} \right)$$



$$= \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2h}{q^2} \right) = -\frac{qh}{2\pi\epsilon_0 q^3} = \frac{1}{\epsilon_0} \quad \text{95 (a)}$$

$$\sigma(a) = \frac{-qh}{2\pi a^3}$$

b. Muatan titik dengan bola konduktor

menempatkan  $-q$  sedemikianrupa sehingga  $V$  dipermukaan bola  $V=0$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{R_1} - \frac{q_2}{R_2} \right) = 0$$

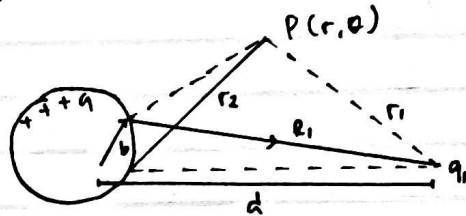
$$R_1^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta$$

$$R_2^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

untuk  $V=0$ , maka:

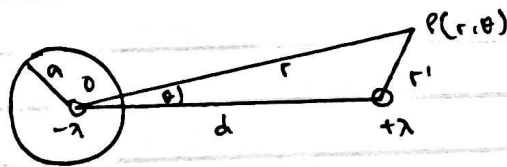
$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \rightarrow \frac{q_1^2}{R_1^2} = \frac{q_2^2}{R_2^2} = \frac{a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta}$$

$$\left( \frac{q_1}{q_2} \right)^2 = \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{d}{b} \left( \frac{a^2/d + d - 2a \cos \theta}{a^2/b + b - 2a \cos \theta} \right)$$



c. Muatan garis dengan silinder bermuatan

ada 2 muatan garis saling sejajar terpisah sejauh  $d$ .



dimana  $V=0$

$V$  permukaan:  $V=0$

$$V_P = \frac{+\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r' - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r + C$$

Agar  $V=0$ , maka:

$$C = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{r'}{r} \right)^2, \quad V, \text{ semua permukaan, dimana}$$

$$\left( \frac{r'}{r} \right)^2 = \frac{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}{r^2} = m^2 = \text{konstanta dengan } 0 < m < \infty$$

$$r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta = m^2 r^2, \text{ diperoleh:}$$

$$\left( x + \frac{a}{m^2} \right)^2 + y^2 = \frac{m^2 d^2}{(m^2 - 1)^2} \rightarrow \left( -\frac{d}{m^2 - 1}; 0 \right)$$

$$\text{Jari-jari silinder } a = \frac{md}{m^2 - 1}, \quad x = \frac{d}{m^2 - 1}, \quad y = 0$$

### 3.3 Ekspansi Multipoal

#### 1. Monopoli (kutub tunggal)

$$V_P = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \dots (1)$$

$$V_R = - \int_{\infty}^R \vec{E} \cdot d\vec{r} \dots (2)$$

$$V_P - V_R = \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_{\infty}^R \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

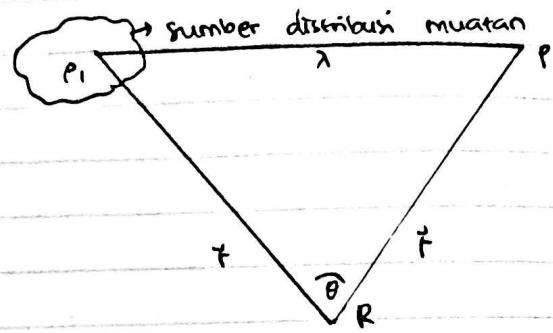
$$V_{RP} = - \int_P^R \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_P^R \frac{\rho' d\tau}{r^2}$$

Apabila muatan berupa titik

$$V_P = - \int_{\infty}^{P=R} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_P = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Jadi  $V_m(P) \sim \frac{1}{r}$ ;  $V_m(P)$  = Potensial monopoli di P



#### 2. Dipole (dua kutub) listrik

Dipole adalah pasangan muatan listrik yang mempunyai muatan berlawanan ( $\sum q_i = 0$ ). Ciri-ciri dipol listrik antara lain:

- jumlah muatannya adalah nol
- jaraknya relatif dekat
- jumlah momen dipolnya tidak sama dengan nol
- jumlahnya tidak merupakan muatan titik besarnya potensial oleh dipol listrik