RISET OPERASI

PERTEMUAN MINGGU KESATU

DEFENISI DAN KONSEP DASAR PEMROGRAMAN BILANGAN BULAT

OLEH
NOTIRAGAYU DAN WAMILLIANA

Pendahuluan

Dalam permasalahan pemrograman linear (PL) nilai variabel keputusan dapat berupa pecahan (sesuai asumsi divisibiliti dalam PL).
Sering kali ditemukan dalam aplikasi jika variabel keputusan telah didefenisikan, misalnya menunjukkan banyak kaleng kacang yang diproduksi dalam masa perencanaan 1.303.557,3 maka tidak masuk akal jika memproduksi 0,3 kaleng terakhir, biasanya akan dibulatkan ke atas (1.303.558) atau ke bawah (1.303.557).
Dalam kasus ini mungkin tidak terlalu dipermasalahkan apakah memproduksi kelebihan 0,3 kaleng menjadi 1 kaleng atau tidak memproduksinya. Namun dalam banyak kasus dapat membuat perbedaan yang besar.
Misalnya jumlah truk yang digunakan untuk pengiriman, jumlah kru pekerjaan yang dikirim ke lokasi konstruksi, jumlah drum bahan berbahaya yang dikirim atau bahkan menugaskan pesawat berangkat atau tidak pada rute-rute tertentu.
Variabel-variabel seperti **truk, pekerja, drum dan pesawat** di atas adalah variabel yang secara alami harus berupa bilangan bulat (integer).

Masalah PL dengan beberapa atau semua variabel keputusannya berupa bilangan bulat (integer) disebut Masalah Pemrograman Bilangan Bulat/Integer atau Integer Programming (IP).

Masalah IP pertamakali dibahas oleh Gomory tahun 1950 an sekaligus merancang teknik menemukan solusi IP yang disebut teknik **cutting plane**.

Dalam perkembangannya ditemukan teknik mencari solusi permasalahan IP yang lain seperti metode **branch and bound**.

DEFINISI DAN KONSEP DASAR

Contoh 1:

$$
\begin{aligned}
\text{Max } z &= x_1 + x_2 \\
\text{s.t.} \quad & 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\
& 5x_1 + 2x_2 \leq 10 \\
& x_1, \quad x_2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

JIKA MASALAH PL DENGAN KENDALA BATAS x_1 DAN x_2 DIATAS DISEBUT P1

DAN KENDALA BATAS TERSEBUT DIUBAH MENJADI

P2: $x_1 \geqq 0$, $x_2 \geqq 0$ & INT

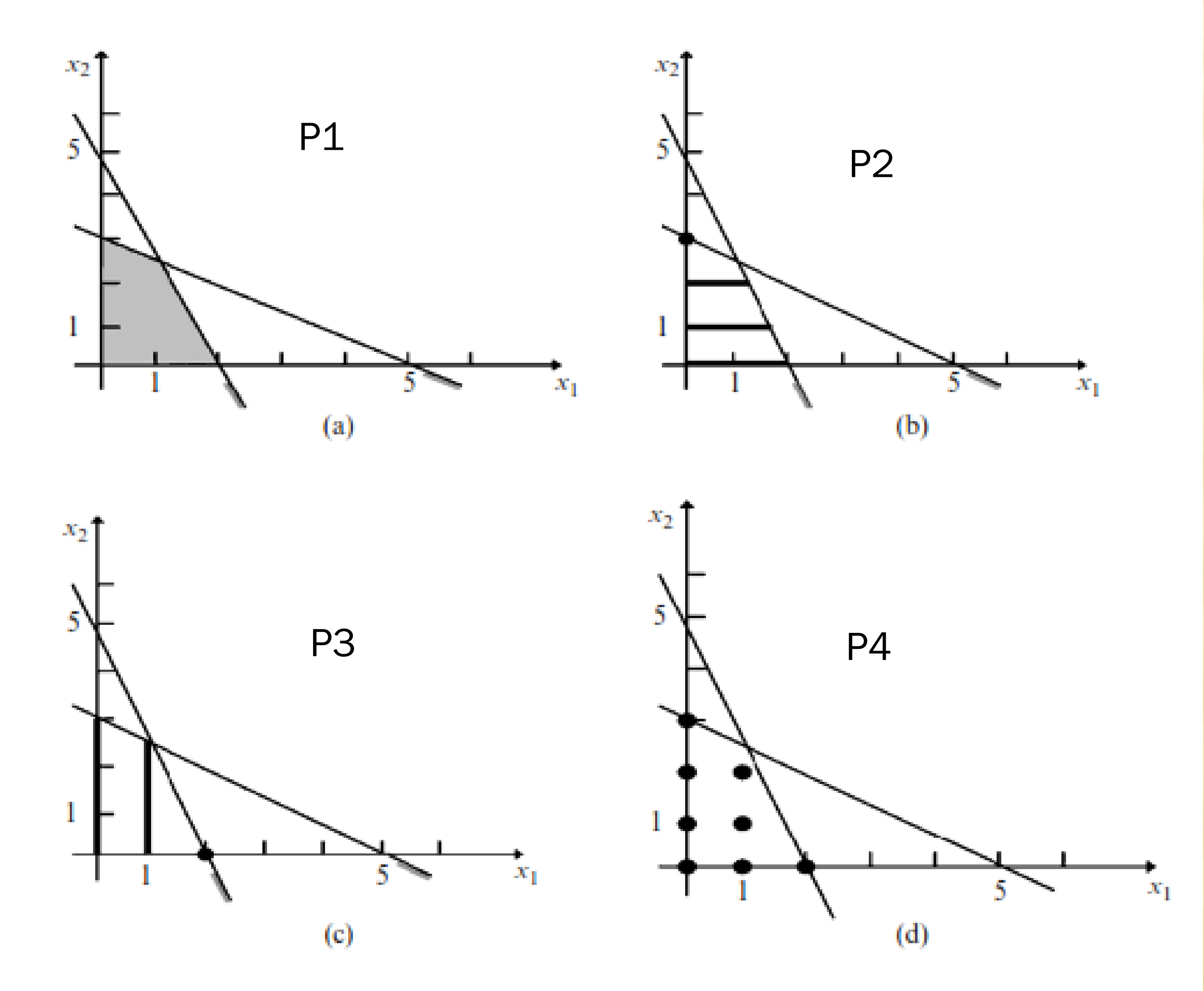
P3: $x_1 \geqq 0$ & INT, $x_2 \geqq 0$,

P4: $x_1 \geqq 0$ & INT, $x_2 \geqq 0$ & INT

MAKA SECARA GRAFIK DIPEROLEH SOLUSI SBB

PL dengan kendala batas P2 dan P3 disebut **Mixed Integer Linear Programming Problems (MILPs)**, sementara PL dengan kendala batas P4 disebut **All-Integer Linear Programming Probllems (AILPs)** atau ada juga yang menyebut **Pure Integer Linear Programming Problems (PILP).**

Dalam kasus lain juga sering ditemukan kendala batas bernilai 0 atau 1, masalah IP dengan kendala batas seperti ini disebut **0-1 Integer Linear Programming (0-1 ILP)** atau disebut **Knapsack Problem.**



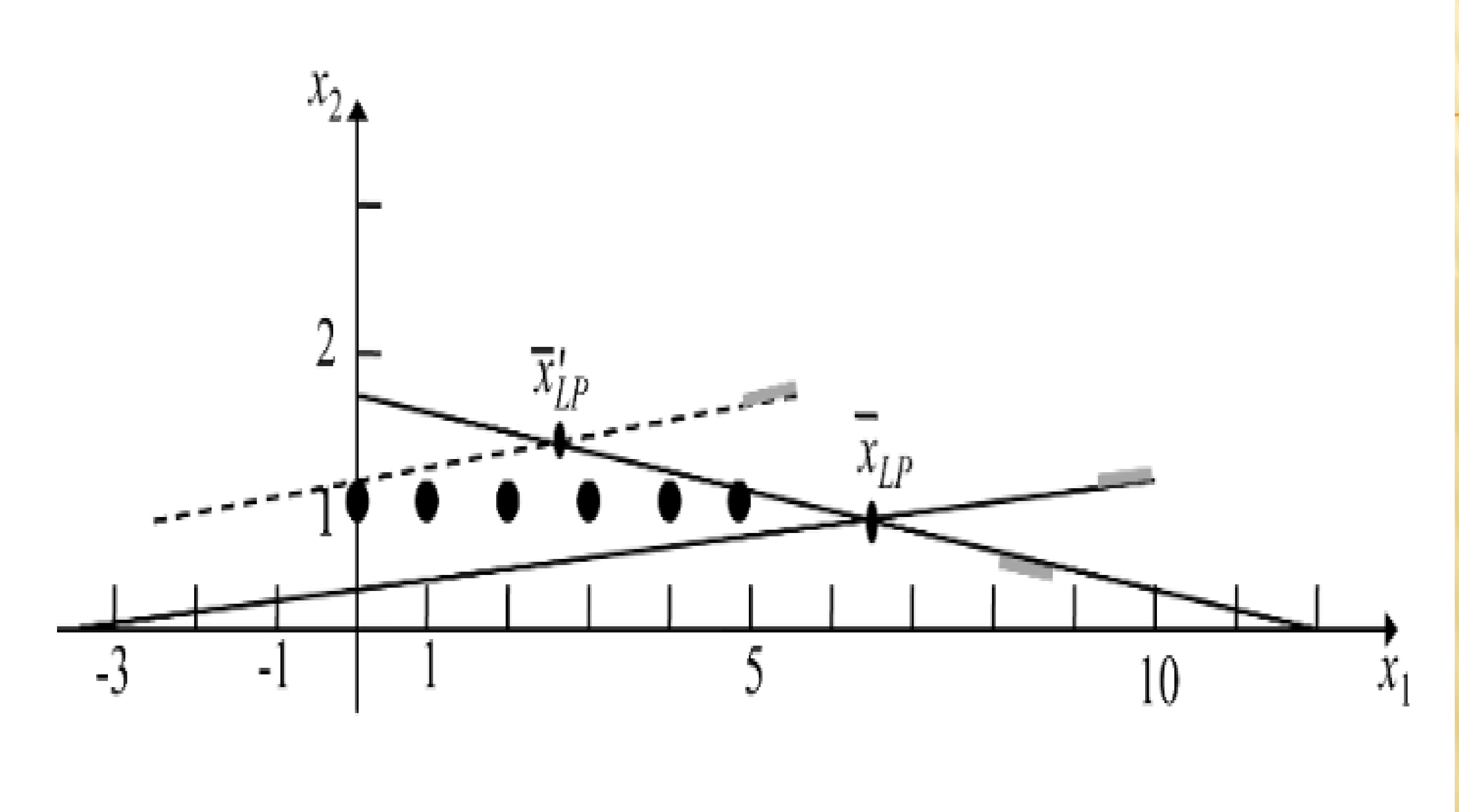
P1
P2
P3
P4
x_2
5
1
x_1
(a)
(b)
(c)
(d)

P_1: $\bar{\mathbf{x}} = (1.0526, 2.3684)$ with $\bar{z} = 3.4211$,
P_2: $\bar{\mathbf{x}} = (1, 2.4)$ with $\bar{z} = 3.4$,
P_3: $\bar{\mathbf{x}} = (1.2, 2)$ with $\bar{z} = 3.2$, and
P_4: $\bar{\mathbf{x}} = (1, 2)$ with $\bar{z} = 3$.

Catatan:
Perhatikan tidak ada satupun masala IP (P2 – P3) di atas yang solusi optimalnya terdapat pada titik ekstrim seperti yang biasa ditemukan pada masalah PL.

Contoh 2:

$$
\begin{aligned}
P_5\text{: Max } z &= 2x_1 + x_2 \\
\text{s.t.} \quad & 7x_1 + 48x_2 \leq 84 \\
& -x_1 + 12x_2 \geq 3 \\
& x_1, \quad x_2 \geq 0 \text{ and integer.}
\end{aligned}
$$



Solusi optimal masalah LP: $\bar{X} = (6.5455, 0.7955)$ dengan $\bar{z} = 13.8864$.
Sedangkan solusi optimal masalah IP: $\bar{X} = (5, 1)$ dengan $\bar{z} = 11$.