

MATEMATIKA EKONOMI

FUNGSI DALAM EKONOMI DAN BISNIS

Materi - 2

Oleh:
Muhiddin Sirat

PENDAHULUAN :

- ❑ Penerapan Fungsi dalam bidang ekonomi dan bisnis merupakan salah satu bagian yang sangat penting untuk dipelajari, karena:
 - 1) Model-model ekonomi yang berbentuk matematika biasanya dinyatakan dalam bentuk persamaan:
(a).persamaan definisi, (b).persamaan identitas, dan
(c). fungsi;
 - 2) Fungsi merupakan dasar untuk mempelajari mengenai konsep limit dan aljabar kalkulus.

Lanjutan :

- ❑ Fungsi merupakan suatu persamaan yang menunjukkan hubungan di antara dua variabel atau lebih yang nilainya saling tergantung.

Contoh Hubungan di antara variabel ekonomi, antara lain:

- Hubungan antara konsumsi keluarga (C) dengan pendapatannya (Y) :
 $C = f(Y)$Fungsi Konsumsi : $C = 0,5 Y + 5$
- Hubungan anantara Jumlah barang yang diminta (Q) dengan harga barang tersebut (P):
 $Q = f(P)$ Fungsi Permintaan : $Q = - 2P + 10$

Lanjutan :

Fungsi Ditinjau dari segi Jumlah variabelnya terdiri dari :

(1). Fungsi yang terdiri dari satu variabel bebas:

$$Y = f(X) \dots \text{Contoh: } Y = 1/2X + 4;$$

(2) Fungsi yang terdiri dari dua atau lebih variabel bebas: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$

$$\text{Contoh: } Y = 2 + 4X_1 + 3X_2.$$

Lanjutan :

- ❑ Jenis fungsi (ditinjau dari segi bentuk gambar/ kurvanya) yang lazim diterapkan dalam ekonomi dan bisnis antara lain: Fungsi Linier, Fungsi Kuadrat, Fungsi Kubik, Fungsi Logaritma, dan Fungsi Eksponen.
- ❑ Dalam bagian ini akan dijelaskan mengenai:
(1). Pengertian Fungsi dan Relasi, (2). Unsur-unsur dalam fungsi, dan (3). macam-macam fungsi yang dapat diterapkan dalam ekonomi dan bisnis.,

PENGERTIAN RELASI DAN FUNGSI

(1). RELASI DARI SEGI TEORI SET :

- ❑ Relasi adalah himpunan dari pasangan Urut, dan
- ❑ Pasangan urut adalah Set yang beranggota dua.
- ❑ Titik Koordinat merupakan pasangan urut dari absis dan ordinat

Contoh (1) :

$$R = [(x,y) \mid y = X^2-3X+2] ; \text{ dan } 1 \leq X \leq 4$$

$$R = \{ (1, \mathbf{0}), (2, \mathbf{0}), (3, 2), (4, 6) \} \dots\dots \text{Relasi}$$

Contoh (2) :

$$R = [(x,y) \mid X = Y^2-3Y+2] ; \text{ dan } 1 \leq Y \leq 4$$

$$R = \{ (\mathbf{0}, 1), (\mathbf{0}, 2), (2, 3), (6, 4) \} \dots\dots \text{Relasi}$$

Lanjutan :

(2). **PENGERTIAN FUNGSI DARI SEGI TEORI SET:**

Fungsi adalah himpunan dari pasangan urut yang ***tidak memiliki*** pasangan urut dengan unsur pertama yang sama.

$$F = [(x,y) \mid y = X^2 - 3X + 2] \text{ dan } 3 \leq X \leq 6 \text{ Fungsi}$$

$$F = [(x,y) \mid y = x^2 - 4] \text{ dan } 3 \leq X \leq 6 \text{ Fungsi}$$

$$F = [(x,y) \mid y = 2X] \text{ dan } X \geq 0 \text{ Fungsi}$$

3). *PENGERTIAN FUNGSI SECARA UMUM:*

Fungsi adalah persamaan yang terdiri dari dua variabel atau lebih yang nilainya saling tergantung.

$Y = f(X)$...Contoh: $Y = X^2 - 4$.

X : Variabel Bebas, Y : Variabel Terikat,

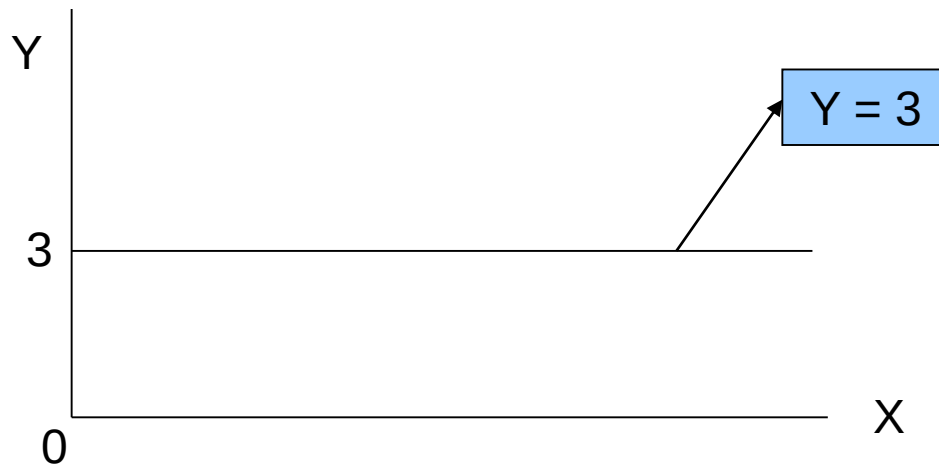
a = 1 : Konstanta parametrik, b = -4 :
Konstanta.

MACAM-MACAM FUNGSI DENGAN SATU VARIABEL BEBAS

(1). FUNGSI DARI SEGI JUMLAH VARIABEL BEBAS:

a. Fungsi Konstan

$$Y = C \dots\dots Y = 3.$$



b. Fungsi Dengan Satu Variabel Bebas:

$$Y = f(X)$$

$$Y = aX + b \dots\dots Y = 2X + 4 \dots\dots\text{Fungsi Linier}$$

$$Y = aX^2 + bX + c\dots\dots Y = X^2 - 3X + 2\dots\dots\text{Parabola}$$

$$Y = a.b^X \dots\dots Y = 2.(0,6)^X\dots\dots\text{Fungsi Eksponen}$$

$$y = a X^b \dots\dots Y = 2X^{0,8} \dots\dots\text{Fungsi Pangkat}$$

C. Fungsi Dengan Dua Variabel Bebas Atau Lebih : $Y = f(X_1, X_2)$:

$$Y = 4X_1 + 3X_2 + 2 \dots\dots\dots \text{Fungsi Linier;}$$

$$Y = 2 \cdot X_1^{0,6} \cdot X_2^{0,3} \dots\dots\dots \text{Fungsi Pangkat.}$$

$$Y = 2X_1^2 + 3X_1X_2 - 6X_2^2 \dots\dots\dots \text{Fungsi Kuadrat.}$$

$$Y = a \cdot b^{X_1} \cdot c^{X_2} \dots Y = 2 (0,6)^{X_1} \cdot (0,5)^{X_2} \dots \text{F. Eksponen}$$

(2). FUNGSI DARI SEGI LETAK VARIABEL

a. Fungsi Implisit

$$AX + BY + C = 0 \dots 2X - 2Y + 3 = 0$$

$$\text{atau: } 2X - 2Y = -3 \text{ atau: } -2X + 2Y = 3.$$

(X dan Y berada dalam satu ruas)

b. Fungsi Eksplisit

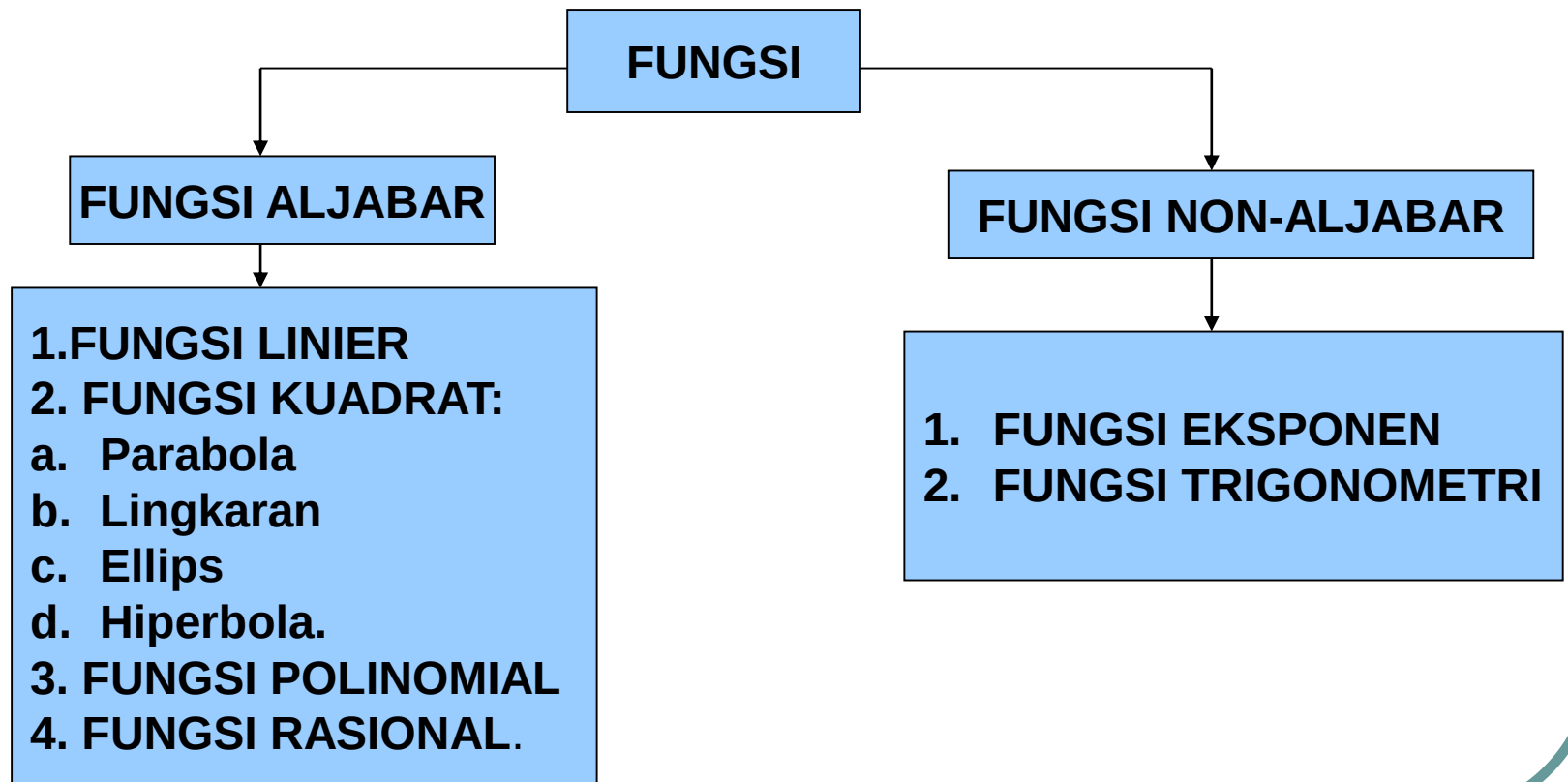
$$Y = aX + b \dots Y = 2X + 3.$$

Y: Variabel terikat, dan

X: Variabel bebas.

(3). FUNGSI DARI SEGI BENTUK KURVANYA

(3). FUNGSI DARI SEGI BENTUK KURVANYA



3.A. CONTOH-CONTOH FUNGSI ALJABAR:

(1). FUNGSI LINIER : (FUNGSI LINIER DALAM PARAMETER DAN LINIER DALAM VARIABEL) :

❑ **Bentuk Umum Fungsi Linier :**

$$Y = aX + b \dots\dots (a \neq 0) \dots\dots Y = 2X + 4.$$

❑ **Ciri Khas (karakteristik) Fungsi Linier :**

- a. Memiliki titik potong dengan sb tegak (sb.Y) maka $X=0$ dan $Y=4$, titik potong $(0,4)$, dan
- b. Memiliki Slope Fungsi (Sisi Tegak disbanding Sisi Alas), yaitu $a = 2$ ($a=2/1$: Sisi Tegak =2 dan Sisi Alas = 1)

Lanjutan :

□ Grafik Fungsi Linier :

- a. Menentukan dan meletakkan cirikhas fungsi (Slope Fungsi) pada susunan salib sumbu.
- b. Membuat ***Tabel Titik Koordinat*** Fungsi;
- c. ***Meletakkan titik-titik koordinat*** pada susunan salib sumbu;
- d. ***Menghubungkan*** titik-titik koordinat untuk membentuk grafik fungsi ***(Jelaskan dan Latihan)***

(2). FUNGSI KUADRAT PARABOLA (FUNGSI LINIER DALAM PARAMETER DAN NON-LINIER DALAM VARIABEL) :

- ❑ Bentuk Umum Parabola :

$$Y = aX^2 + bX + c \dots (a \neq 0) \dots Y = X^2 - 3X + 2.$$

- ❑ **Ciri Khas (karakteristik) Parabola :**

- ❑ Memiliki arah grafik. Untuk parabola $Y=f(X)$, grafik membuka ke atas jika nilai $a > 0$, dan membuka ke bawah untuk nilai $a < 0$. Untuk parabola $X=f(Y)$, grafik membuka ke kanan jika nilai $a > 0$ dan membuka ke kiri jika nilai $a < 0$.
- ❑ Memiliki titik optimum fungsi pada saat turunan pertama fungsi disamakan dengan Nol ($dY/dX = 0$)

Lanjutan :

❑ Grafik Fungsi kuadrat parabola :

- a. Menentukan dan meletakkan cirikhas fungsi (arah grafik dan titik optimum parabola) pada susunan salib sumbu.
- b. Membuat ***Tabel Titik Koodinat*** Fungsi;
- c. ***Meletakkan titik-titik koordinat*** pada susunan salib sumbu;
- d. ***Menghubungkan*** titik-titik koordinat untuk membentuk grafik fungsi ***(Jelaskan dan Latihan)***

(3). FUNGSI POLINOMIAL (FUNGSI LINIER DALAM PARAMETER DAN NON-LINIER DALAM VARIABEL)

❑ **Bentuk Umum Fungsi Polinomial :**

$$Y = aX^3 + bX^2 + cX + d \dots (a \neq 0)$$

$$Y = X^3 + 2X^2 + X + 3.$$

❑ **Ciri Khas (karakteristik) Fungsi Polinomial :**

- a. Memiliki Titik optimum dan lebih dari satu, pada saat turunan pertama disamakan dengan Nol ($dY/dX = 0$).
- b. Memiliki titik optimum maksimum dan titik optimum minimum

Lanjutan :

❑ Grafik Fungsi Polinomial :

- a. Menentukan dan meletakkan cirikhas fungsi (titik optimum fungsi polinomial;) pada susunan salib sumbu.
- b. Membuat ***Tabel Titik Koodinat*** Fungsi;
- c. ***Meletakkan titik-titik koordinat*** pada susunan salib sumbu;
- d. ***Menghubungkan*** titik-titik koordinat untuk membentuk grafik fungsi ***(Jelaskan dan Latihan)***

(4). FUNGSI RASIONAL (FUNGSI LINIER DALAM PARAMETER DAN NON-LINIER DALAM VARIABEL) :

❑ Bentuk Umum Fungsi Rasional :

$$Y = (aX + b) / (cX + d) \dots (c \neq 0)$$

Contoh :

- $Y = (2X+1)/(X+1) \dots (a, b, c, d) \neq 0$
- $Y = (2X) / (X+1) \dots b = 0$
- $Y = 1 / (X+1) \dots a = 0$
- $Y = 1/X \dots (a, d) = 0$

❑ Ciri Khas (karakteristik) Fungsi Rasional :

- ❑ Memiliki Asimtot Tegak pada saat $(Y \rightarrow \infty : Y \text{ mendekati tak terhingga})$
- ❑ Memiliki Asimtot Datar pada saat $(X \rightarrow \infty : X \text{ mendekati tak terhingga})$.

Lanjutan :

❑ Grafik Fungsi Rasional :

- a. Menentukan dan meletakkan cirikhas fungsi (asimtot tegak dan asimtot datar) pada susunan salib sumbu.
- b. Membuat ***Tabel Titik Koordinat*** Fungsi;
- c. ***Meletakkan titik-titik koordinat*** pada susunan salib sumbu;
- d. ***Menghubungkan*** titik-titik koordinat untuk membentuk grafik fungsi ***(Jelaskan dan Latihan)***

3.B. CONTOH-CONTOH FUNGSI NON ALJABAR:

(1). FUNGSI EKSPONEN (FUNGSI SEMI LOG ATAU MODEL LOG-LIN) :

❑ Bentuk Umum Fungsi Eksponen :

$$Y = a.b^X \text{ } (a \neq 0)$$

$$Y = 2.3^X$$

atau : $\ln Y = \ln (a.b^X) \text{ } \ln Y = \ln a + \ln b^X$

atau : $\ln Y = \ln a + X. \ln b \text{ } \ln Y = \ln a + (\ln b).X$

$Y^* = a^* + b^*.X \text{ } \text{Ingat } a^* = \ln a \text{ } a = \text{shift}.\ln a^* \text{ dan } b = \text{shift}.\ln b^*$

(Y di logaritma dan X **tidak** di logaritma, maka disebut **Model Log-Lin**).

❑ Ciri Khas (karakteristik) Fungsi Eksponen :

- ❑ Selalu memotong sumbu tegak (Sb.Y) pada titik (0,a)
- ❑ Pada saat absis (X=0), maka nilai ordinat (Y =a).

Lanjutan :

MEMBUAT GRAFIK FUNGSI EKSPONEN :

$$Y = a.b^x \dots\dots (a \neq 0)$$

$$Y = 2.3^x$$

Titik Koordinat Fungsi :

$$X=0 \dots\dots Y = 2$$

$$X=1 \dots\dots Y = 6$$

$$X = 2 \dots\dots Y = 18$$

2. FUNGSI EKSPONEN BERBASIS BILANGAN “e” ATAU FUNGSI PERTUMBUHAN (MODEL SEMI LOG ATAU MODEL LOG-LIN)

BILANGAN “e” :

$$e = [1 + 1/X]^X \dots\dots\dots \text{untuk } X = 1.000.000$$

bilangan **e = 2,71828**

FUNGSI PERTUMBUHAN :

$$Y = f(X) = e^X \text{ atau :}$$

$$\ln Y = \ln e^X \dots\dots \ln Y = X \cdot \ln e \dots\dots$$

$$(\ln e = 1) \dots\dots \ln Y = X \dots\dots \text{Model Log-Lin (berbasis bil. "e")}$$

MEMBUAT GRAFIK :

Dalam Bentuk Asli Fungsi Pertumbuhan : $Y = e^X$

Titik Koordinat Fungsi :

$$X=0 \dots\dots e^0 \dots\dots Y = 1$$

$$X = 1 \dots\dots e^1 \dots\dots Y = 2,71828$$

$$X = 2 \dots\dots e^2 \dots\dots Y = 7,3891$$

Lanjutan :

Dalam Bentuk Ln : $\text{Ln } Y = X$

Titik Koordinat Fungsi :

$X=0$ $\text{Ln } Y = 0$ $Y = \text{SHIFT Ln } 0$ $Y = 1$

$X = 1$ $\text{Ln } Y = 1$ $Y = \text{SHIFT Ln } 1$ $Y = 2,71828$

$X = 2$ $\text{Ln } Y = 2$ $Y = 7,3891$

2. FUNGSI PANGKAT (MODEL LOGARITMA PENUH atau MODEL LOG-LOG)

$Y = a X^b$ a dan b bilangan Nyata.

$\ln Y = \ln a X^b$ $\ln Y = \ln a + \ln X^b$

$\ln Y = \ln a + b \cdot \ln X$

$Y^* = a^* + b \cdot X^*$ Model Log-Log.

$Y^* = a^* + b \cdot X^*$

Contoh Hasil Regresi : $Y^* = 2 + 0,7832 \cdot X^*$

$a^* = 2$ **$a = 7,3891$** dan " **b** " = **$0,7832$**

Fungsi Semula : **$Y = 7,3891 X^{0,7832}$**

Buat Grafik Fungsi ?

CARA MEMBUAT GRAFIK FUNGSI

(1). CARA SEDERHANA TANPA MEMPERHATIKAN KAREKTERISTIK GRAFIK) :

- Membuat Tabel Titik Koordinat Fungsi;
- Meletakkan titik-titik koordinat pada susunan salib sumbu;
- Menghubungkan titik-titik koordinat untuk membentuk grafik fungsi.

(2). CARA MATEMATIS:

- Diawali penentuan ***kekhususan (karakteristik)*** fungsi yang akan dibuat grafiknya: (a). Untuk parabola, diawali penentuan arah grafik dan penentuan titik optimum, (b). Fungsi polinomial, diawali penentuan titik optimum, dan (c). Fungsi Rasional, diawali penentuan asimtot tegak dan asimtot datar fungsi.
- Membuat ***Tabel Titik Koordinat*** Fungsi;
- ***Meletakkan titik-titik koordinat*** pada susunan salib sumbu;
- ***Menghubungkan*** titik-titik koordinat untuk membentuk grafik fungsi.

SOAL LATIHAN (PR)

- Buat Grafik masing-masing fungsi aljabar dan fungsi non-aljabar tersebut di atas dengan menggunakan cara sederhana.
- Buat Grafik masing-masing fungsi aljabar dan fungsi non-aljabar tersebut di atas dengan menggunakan cara matematis.

***TERIMAKASIH ATAS
PERHATIAN***