2. The cash price of a new automobile is \$10,000. The purchaser is willing to finance the car at 18% convertible monthly and to make payments of \$250 at the end o each month for four years. Find the down payment which will be necessary.

Penyelesaian (02) :

Diketahui : R=\$10.000

n = 48

i= $\frac{0.18}{12} = 0.015$

Ditanya : Down Payment=…?

Jawab :

$$Ra_{\overline{n}|i} = \$250_{\overline{48}|0.015} = \$250\left(\frac{1-v^{48}}{i}\right) = \$250\left(\frac{1-\left(\frac{1}{1+0.015}\right)}{0.015}\right) = \$8510.64$$

Jadi besarnya Down Payment yang haus dibayarkan adalah :

$\$10000 - \$8510.64 = \$1489.36$

Pembahasan (02) :

Penyelesaian (02) = sama dengan penyelesaian terdahulu (gambar 02) = kunci jawaban

Gambar 02

Penyelesaian :

Diketahui : $R = \$10.000$

$n = 48$

$i = \frac{0.18}{12} = 0.015$

Ditanya : Down Payment =….?

Jawab :

$$Ra_{\overline{n}|i} = \$250a_{\overline{48}|0.015} = \$250\left(\frac{1-v^{48}}{i}\right) = \$250\left(\frac{1-\left(\frac{1}{1+0.015}\right)^{48}}{0.015}\right)$$

$$\$250\left(\frac{1-0.48936}{0.015}\right) = \$250(34.04255) = \$8510.64$$

Jadi, besarnya Down Payment yang harus dibayarkan adalah :

$\$10.000 - \$8510.64 = \$1489.36$

$$\ddot{a}_{\overline{8}|} = \frac{1-v^8}{d} = \frac{1-(1-d)}{d} = \frac{1-(1-0.1)^8}{0.1} = 5.695$$

Pembahasan (11) :

Penyelesaian (11) = sama dengan penyelesaian terdahulu (gambar 11) = kunci jawaban

Gambar 11

11. Cari $\ddot{a}_{\overline{8}|}$ jika diketahui *effective rate of discount* 10%

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{d} \quad \text{dengan } v = 1-d$$

$$\ddot{a}_{\overline{8}|} = \frac{1-v^8}{d} = \frac{1-(1-d)^8}{d} = \frac{1-(1-0{,}1)^8}{0{,}1} = \frac{1-(0{,}9)^8}{0{,}1} = 5{,}695$$

20. Pada i bunga tahunan efektif adalah detahui bahwa:
    a) Nilai kini 2 pada akhir setiap tahun untuk tahun 2n, plus 1 tambahan di akhir setiap tahun n pertama, adalah 36.
    b) Nilai kini dari tahun n-ditangguhkan anuitas-segera membayar 2 per tahun selama bertahun-tahun n adalah 6. Cari i.

Penyelesaian (20)

Diberikan PV

a. $2a_{\overline{2n}|} + a_{\overline{n}|} = 36$

$$2\left(\frac{1-v^{2n}}{i}\right) + \left(\frac{1-v^n}{i}\right) = 36$$

$$2(1-v^{2n}) + 1 - v^n = 36i$$

b. $2va_{\overline{n}|} = 6$

$$2v^n\left(\frac{1-v^n}{i}\right) = 6$$

$$2v^n(1-v^n) = 6i$$

$$2(1-v^{2n}) + 1 - v^n = 6(2v^n(1-v^n))$$

$$(10v^{2n}) - 13v^n - 3 = 0$$

$$v^n = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(10)(3)}}{2(10)} = \frac{13 \pm 7}{20}$$

$v^n=1$ atau $v^n=0.3$

$$6i = 2(0.3)(1-0.3)$$
$$i = 0.7$$

Pembahasan (20) :

Penyelesaian (20) = sama dengan penyelesaian terdahulu (gambar 20) = kunci jawaban

Gambar 20 :

Di berikan PV

a) $2a_{\overline{2n}|} + a_{\overline{n}|} = 36$

$$2\left(\frac{1-v^{2n}}{i}\right) + \left(\frac{1-v^{n}}{i}\right) = 36$$
$$2(1-v^{2n}) + (1-v^{n}) = 36i$$

b) $2v^{n}a_{\overline{n}|} = 6$

$$2v^{n}\left(\frac{1-v^{n}}{i}\right) = 6$$
$$2v^{n}(1-v^{n}) = 6i$$

$$2(1-v^{2n}) + (1-v^{n}) = 6(2v^{n}(1-v^{n}))$$
$$3 - 2v^{2n} - v^{n} = 12v^{n} - 12v^{2n}$$
$$10v^{2n} - 13v^{n} + 3 = 0$$

$$v^{n} = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(10)(3)}}{2(10)} = \frac{13 \pm 7}{20}$$
$$v^{n} = 1 \; atau \; v^{n} = 0,3$$
$$tolak \; v^{n} = 1, subsitusikan \; v^{n} = 0,3 \; ke \; b)$$

$$6i = 2v^{n}(1-v^{n})$$
$$= 2(0.3)(1-0.3)$$
$$= 0.42$$
$$i = 0.7$$

29. Hitung $a_{\overline{5.25}|}$ jika i=5% menggunakan definisi berikut :

a. Rumus (3.22)

b. Pembayaran dari 0.25 pada waktu 5.25

a. dari Persamaan 3.22 diperoleh

$$a_{\overline{5.25|}} = a_{\overline{5|}} + v^{5.25}\left[\frac{(1+0.05)^{0.25}-1}{0.05}\right]$$

$$a_{\overline{5.25|}} = \frac{1-v^5}{0.05} + v^{5.25}\left[\frac{(1+0.05)^{0.25}-1}{0.05}\right]$$

$$a_{\overline{5.25|}} = \frac{1-(0.05)^{-5}}{0.05} + (1.05)^{-5.25}\left[\frac{(1+0.05)^{0.25}-1}{0.05}\right]$$

$$= 4.3295 + 0.774(0.2425)$$

$$a_{\overline{5.25|}} = 4.5195$$

b. Pembayaran dari 0.25 pada waktu 5.25

$$a_{\overline{5.25|}} = a_{\overline{5|}} + 0.25v^{5.25}$$

$$= 4.32965 + 0.25(0.774)$$

$$= 4.5230$$

c. Pembayaran dari 0.25 pada waktu 6

$$a_{\overline{5.25|}} = a_{\overline{5|}} + 0.25v^{6}$$

$$= 4.32965 + 0.25(1.05)^{-6}$$

$$= 4.5160$$

Pembahasan (29) :

Penyelesaian (29) = sama dengan penyelesaian terdahulu (gambar 29) = kunci jawaban

Gambar 29 :

29. Hitung $a_{\overline{5,25}|}$ jika $i = 5\%$ menggunakan definisi berikut.

a) Rumus (3.22)
b) Pembayaran dari 0,25 pada waktu 5,25
c) Pembayaran dari 0,25 pada waktu 6

Jawab:

a) Dari persamaan 3.22 diperoleh

$$a_{\overline{n+k}|} = a_{\overline{n}|} + v^{n+k}\left[\frac{(1+i)^k - 1}{i}\right]$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
a_{\overline{5,25}|} &= a_{\overline{5}|} + v^{5,25}\left[\frac{(1+0,05)^{0,25} - 1}{0,05}\right] \\
&= \frac{1-v^5}{0,05} + v^{5,25}\left[\frac{(1,05)^{0,25} - 1}{0,05}\right] \\
&= \frac{1-(1,05)^{-5}}{0,05} + (1,05)^{-5,25}\left[\frac{(1,05)^{0,25} - 1}{0,05}\right] \\
&= 4,3295 + 0,774\,(0,2425) \\
&= 4,5195
\end{aligned}$$

b) Pembayaran dari 0,25 pada waktu 5,25

$$\begin{aligned}
a_{\overline{5,25}|} &= a_{\overline{5}|} + 0,25v^{5,25} \\
&= 4,3295 + 0,25\,(0,744) \\
&= 4,5230
\end{aligned}$$

c) Pembayaran dari 0,25 pada waktu 6

$$\begin{aligned}
a_{\overline{5,25}|} &= a_{\overline{5}|} + 0,25v^{6} \\
&= 4,3295 + 0,25\,(1+0,05)^{-6} \\
&= 4,3295 + 0,18655 \\
&= 4,5160
\end{aligned}$$

$$a_{\overline{2|}} = v + v^2$$

$$1.75 = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2}$$

Kalikan kedua ruas dengan (1+i)^2

$$1.75(1+i)^2 = (1+i)^{-1}(1+i)^2 + (1+i)^{-2}(1+i)^2$$

$$1.75(1+i)^2 = (1+i) + 1$$

$$1.75(1+2i+i^2) = 2+i$$

$$1.75i^2 + 2.5i - 0.25 = 0$$

$$7i^2 + 10i - 1 = 0$$

Solusi dari persamaan kuadrat untuk nilai I adalah :

$$i = \frac{-10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(7)(-1)}}{2(7)} = \frac{-10 \pm \sqrt{128}}{14}$$

$$i = \frac{4\sqrt{2}-5}{7} \, atau \, \frac{-4\sqrt{2}-5}{7} (ditolakkarenabernilainegatif)$$

Pembahasan (38) :

Penyelesaian (38) = sama dengan penyelesaian terdahulu (gambar 38) = kunci jawaban

Gambar 38 :

38. Jika $a_{\overline{2|}} = 1{,}75$, temukan sebuah ekspansi yang tepat untuk i.

Penyelesaian:

$$a_{\overline{2|}} = v + v^2$$

$$1{,}75 = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2}$$

Kalikan kedua ruas dengan $(1+i)^2$

$$1{,}75(1+i)^2 = (1+i)^2(1+i)^{-1} + (1+i)^2(1+i)^{-2}$$

$$1{,}75(1+i)^2 = (1+i)+1$$

$$1{,}75(1+2i+i^2) = 2+i$$

$$1{,}75i^2 + 2{,}5i - 0{,}25 = 0$$

$$7i^2 + 10i - 1 = 0$$

Solusi dari persaman kuadrat di atas adalah nilai untuk i

$$i = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(7)(-1)}}{2(7)}$$

$$= \frac{-10+\sqrt{128}}{14} \quad \text{atau} \quad \frac{-10-\sqrt{128}}{14}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}-5}{7} \quad \text{atau} \quad \frac{-4\sqrt{2}-5}{7} \text{ (ditolak karena bernilai negatif)}$$

47. If *a(t)*= $\frac{1}{\log_2(t+2) - \log_2(t+1)}$, find an expression for *n* $\ddot{a}_{\overline{n|}}$ by directly taking the present value of the payments

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + v^3 + \ldots + v^{n-1}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \ldots + (1+i)^{-n-1}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i_t)^{-t}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} a^{-1}(t)$$

Dari $a(t) = \dfrac{1}{\log_2(t+2) - \log_2(t+1)} = \dfrac{1}{\log_2 \dfrac{(t+2)}{(t+1)}}$

Maka $a^{-1}(t) = \log_2 \dfrac{(t+2)}{(t+1)}$

Sehingga :

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} a^{-1}(t)$$

$$= \log_2 \frac{(0+2)}{(0+1)} + \log_2 \frac{(1+2)}{(1+1)} + \log_2 \frac{(2+2)}{(1+1)} + \ldots + \log_2 \frac{(n-2+2)}{(n-2+1)} + \log_2 \frac{(n-1+2)}{(n-1+1)}$$

$$= \log_2 \frac{2}{1} + \log_2 \frac{3}{2} + \log_2 \frac{4}{3} + \ldots + \log_2 \frac{(n)}{(n-1)} + \log_2 \frac{(n+1)}{(n)}$$

$$= \log_2 \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{(n)}{(n-1)} \cdot \frac{(n+1)}{(n)} \right)$$

$$= \log_2 (n+1)$$

Pembahasan (47) :

Penyelesaian (47) = sama dengan penyelesaian terdahulu (gambar 47) = kunci jawaban

Gambar 47 :

47. If $a(t)=\dfrac{1}{\log_2(t+2)-\log_2(t+1)}$, find an expression for $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ by directly taking the present value of the payments.

Penyelesaian :

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}=1+v+v^2+v^3+\ldots+v^{n-1}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}=1+(1+i)^{-1}+(1+i)^{-2}+(1+i)^{-3}+\ldots+(1+i)^{-n+1}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}=\sum_{t=0}^{n-1}(1+i_t)^{-t}$$

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}=\sum_{t=0}^{n-1}a^{-1}(t)$$

Dari :

$$a(t)=\frac{1}{\log_2(t+2)-\log_2(t+1)}=\frac{1}{\log_2\dfrac{(t+2)}{(t+1)}}$$

Maka :

$$a^{-1}(t)=\log_2\frac{(t+2)}{(t+1)}$$

Sehingga :

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}=\sum_{t=0}^{n-1}a^{-1}(t)$$

$$=\log_2\frac{(0+2)}{(0+1)}+\log_2\frac{(1+2)}{(1+1)}+\log_2\frac{(2+2)}{(2+1)}+\ldots+\log_2\frac{(n-2+2)}{(n-2+1)}+\log_2\frac{(n-1+2)}{(n-1+1)}$$

$$=\log_2\frac{2}{1}+\log_2\frac{3}{2}+\log_2\frac{4}{3}+\ldots+\log_2\frac{(n)}{(n-1)}+\log_2\frac{(n+1)}{(n)}$$

$$=\log_2\left(\frac{\cancel{2}}{1}.\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}.\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\ldots\frac{\cancel{n}}{\cancel{n-1}}.\frac{n+1}{\cancel{n}}\right)$$

$$=\log_2(n+1)$$

~ Semoga bermanfaat ~